

## Содержание

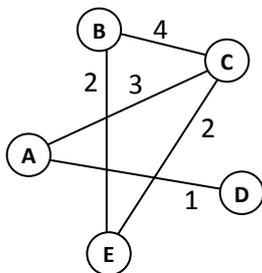
Тема: Использование информационных моделей (таблицы, диаграммы, графики). .....	1
Домашняя работа 01 .....	10
Тема: Графы. Поиск путей .....	15
Домашнее задание 02.....	17

## Тема: Использование информационных моделей (таблицы, диаграммы, графики).

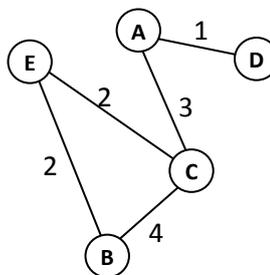
Перебор вариантов, выбор лучшего по какому-то признаку.

### Что нужно знать:

- в принципе, особых дополнительных знаний, кроме здравого смысла и умения перебирать варианты (не пропустив ни одного!) здесь, как правило, не требуется
- полезно знать, что такое *граф* (это набор вершин и соединяющих их ребер) и как он описывается в виде таблицы, хотя, как правило, все необходимые объяснения даны в формулировке задания
- чаще всего используется *взвешенный граф*, где с каждым ребром связано некоторое число (вес), оно может обозначать, например, расстояние между городами или стоимость перевозки
- рассмотрим граф (рисунок слева), в котором 5 вершин (A, B, C, D и E); он описывается таблицей, расположенной в центре; в ней, например, число 4 на пересечении строки B и столбца C означает, что, во-первых, есть ребро, соединяющее B и C, и во-вторых, вес этого ребра равен 4; пустая клетка на пересечении строки A и столбца B означает, что ребра из A в B нет



	A	B	C	D	E
A			3	1	
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E		2	2		



- обратите внимание, что граф по заданной таблице (она еще называется *весовой матрицей*) может быть нарисован по-разному; например, той же таблице соответствует граф, показанный на рисунке справа от нее
- в приведенном примере матрица симметрична относительно главной диагонали; это может означать, например, что стоимости перевозки из B в C и обратно равны (это не всегда так)
- желательно научиться быстро (и правильно) строить граф по весовой матрице и наоборот

## Пример задания:

Между населёнными пунктами A, B, C, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.)

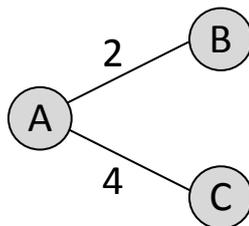
	A	B	C	D	E	F
A		2	4			
B	2		1		7	
C	4	1		3	4	
D			3		3	
E		7	4	3		2
F					2	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами A и F (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

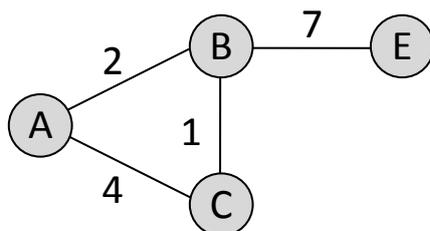
- 1) 9                      2) 10                      3) 11                      4) 12

**Решение (вариант 1, использование схемы):**

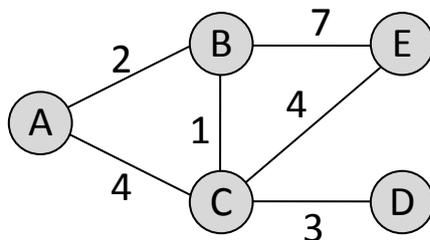
- 1) построим граф – схему, соответствующую этой весовой матрице; из вершины A можно проехать в вершины B и C (длины путей соответственно 2 и 4):



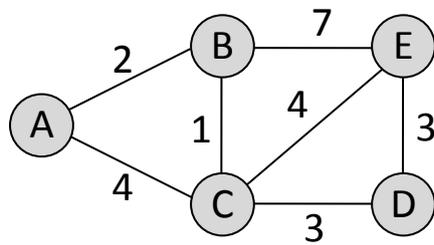
- 2) для остальных вершин можно рассматривать только часть таблицы над главной диагональю, которая выделена серым цветом; все остальные рёбра уже были рассмотрены ранее  
3) например, из вершины B можно проехать в вершины C и E (длины путей соответственно 1 и 7):



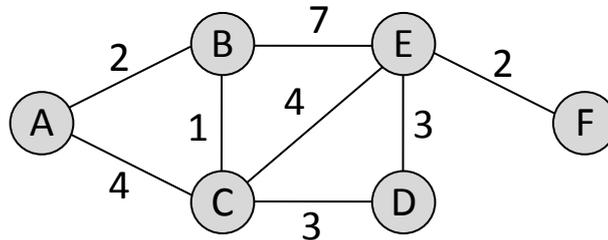
- 4) новые маршруты из C – в D и E (длины путей соответственно 3 и 4):



- 5) новый маршрут из D – в E (длина пути 3):



6) новый маршрут из E – в F (длина пути 2):



7) нужно проехать из A в F, по схеме видим, что в любой из таких маршрутов входит ребро EF длиной 2; таким образом, остается найти оптимальный маршрут из A в E

8) попробуем перечислить возможные маршруты из A в E:

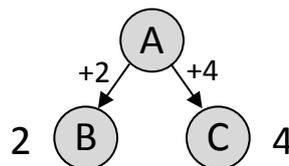
- A – B – E            длина 9
- A – B – C – E        длина 7
- A – B – C – D – E    длина 9
- A – C – E            длина 8
- A – C – B – E        длина 12
- A – C – D – E        длина 10

9) из перечисленных маршрутов кратчайший – A-B-C-E – имеет длину 7, таким образом общая длина кратчайшего маршрута A-B-C-E-F равна  $7 + 2 = 9$

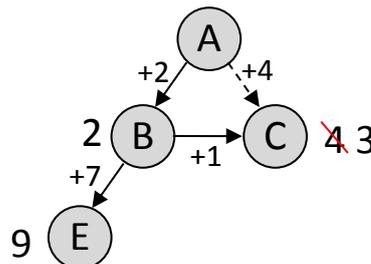
10) таким образом, правильный ответ – **1**.

**Решение (вариант 2, с начала маршрута):**

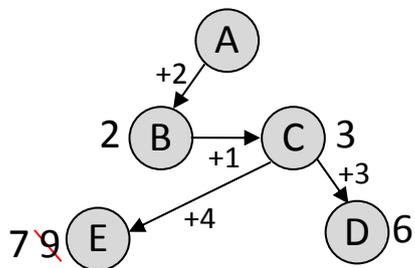
1) составим граф, который показывает, куда (и как) можно ехать из пункта A, рядом с дугами будем записывать увеличение пути, а рядом с названиями пунктов – общую длину пути от пункта A:



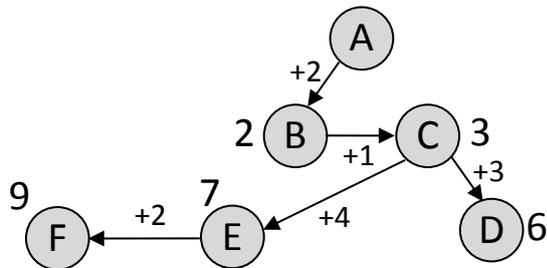
- 2) видно, что напрямую в пункт F из A не доехать
- 3) строим граф возможных путей дальше: определяем, куда можно ехать из B и C (конечно, не возвращаясь обратно); из B можно ехать только в A (обратно), в C и в E;
- 4) узел C уже есть на схеме, и оказывается, что короче ехать в него по маршруту A-B-C, чем напрямую A-C, длина «окольного» пути составляет 3 вместо 4 для «прямого»; при движении по дороге B-E длина увеличивается на 7:



5) строим маршруты из пункта C; кроме A и B, из пункта C можно ехать в D (длина 3) и E (длина 4), причем кратчайший маршрут из A в E оказывается A-B-C-E (длина 7); «невыгодные» маршруты на схеме показывать не будем:



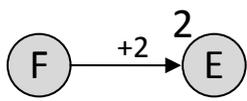
- 6) из пункта D, кроме как в C и E, ехать некуда; путь D-C – это возврат назад (нас не интересует), путь D-E тоже не интересует, поскольку он дает длину  $6 + 3 = 9$ , а мы уже нашли, что в E из A можно доехать по маршруту длины 7
- 7) из пункта E можно ехать в F, длина полного маршрута  $7 + 2 = 9$



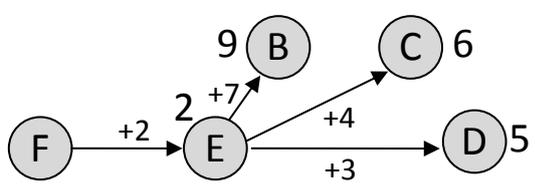
8) Ответ: 1

**Решение (вариант 3, с конца маршрута):**

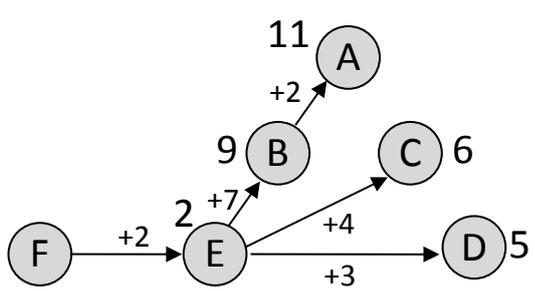
- 1) можно точно так же начинать с пункта F и искать кратчайший маршрут до A; судя по таблице, из F можно ехать только в E:



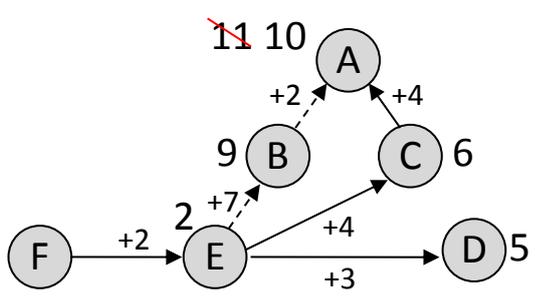
- 2) из E ведут дороги в B, C и D



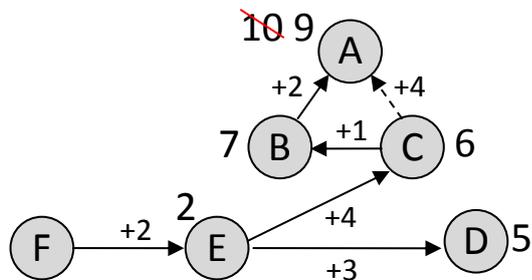
- 3) из B можно сразу попасть в A, длина пути будет равна 11:



- 4) из пункта C есть прямая дорога в A длиной 4, таким образом, существует маршрут длиной  $6 + 4 = 10$



5) кроме того, есть дорога С-В, которая дает маршрут F-E-C-B-A длиной 9



6) рассмотрение пути C-D не позволяет улучшить результат: оптимальный маршрут имеет длину 9

7) Ответ: **1**

**Возможные ловушки и проблемы:**

- можно не заметить, что маршруты, проходящие через большее число пунктов, оказываются короче (A-B-C короче, чем A-C, A-B-C-E короче, чем A-B-E)

**Пример задания:**

Между четырьмя местными аэропортами: ОКТЯБРЬ, БЕРЕГ, КРАСНЫЙ и СОСНОВО, ежедневно выполняются авиарейсы. Приведён фрагмент расписания перелётов между ними:

Аэропорт вылета	Аэропорт прилета	Время вылета	Время прилета
СОСНОВО	КРАСНЫЙ	06:20	08:35
КРАСНЫЙ	ОКТЯБРЬ	10:25	12:35
ОКТЯБРЬ	КРАСНЫЙ	11:45	13:30
БЕРЕГ	СОСНОВО	12:15	14:25
СОСНОВО	ОКТЯБРЬ	12:45	16:35
КРАСНЫЙ	СОСНОВО	13:15	15:40
ОКТЯБРЬ	СОСНОВО	13:40	17:25
ОКТЯБРЬ	БЕРЕГ	15:30	17:15
СОСНОВО	БЕРЕГ	17:35	19:30
БЕРЕГ	ОКТЯБРЬ	19:40	21:55

Путешественник оказался в аэропорту ОКТЯБРЬ в полночь (0:00). Определите самое раннее время, когда он может попасть в аэропорт СОСНОВО.

- 1) 15:40      2) 16:35      3) 17:15      4) 17:25

**Решение:**

8) сначала заметим, что есть прямой рейс из аэропорта ОКТЯБРЬ в СОСНОВО с прибытием в 17:25:

ОКТЯБРЬ	СОСНОВО	13:40	17:25
---------	---------	-------	-------

9) посмотрим, сможет ли путешественник оказаться в СОСНОВО раньше этого времени, если полетит через другой аэропорт, с пересадкой

10) можно лететь, через КРАСНЫЙ, но, как следует из расписания,

ОКТЯБРЬ	→	КРАСНЫЙ	11:45	13:30
...				
КРАСНЫЙ	→	СОСНОВО	13:15	15:40

путешественник не успеет на рейс КРАСНЫЙ – СОСНОВО, который улетает в 13:15, то есть на 15 минут раньше, чем в КРАСНЫЙ прилетает самолет ОКТЯБРЬ – КРАСНЫЙ

11) можно лететь через БЕРЕГ,

БЕРЕГ	→	СОСНОВО	12:15	14:25
...				

ОКТЯБРЬ	БЕРЕГ	15:30	17:15
---------	-------	-------	-------

но рейс БЕРЕГ – СОСНОВО вылетает даже раньше, чем рейс ОКТЯБРЬ – БЕРЕГ, то есть, пересадка не получится

- 12) поскольку даже перелеты с одной пересадкой не стыкуются по времени, проверять варианты с двумя пересадками в данной задаче бессмысленно (хотя в других задачах они теоретически могут дать правильное решение)
- 13) таким образом, правильный ответ – 4 (прямой рейс).

**Возможные ловушки и проблемы:**

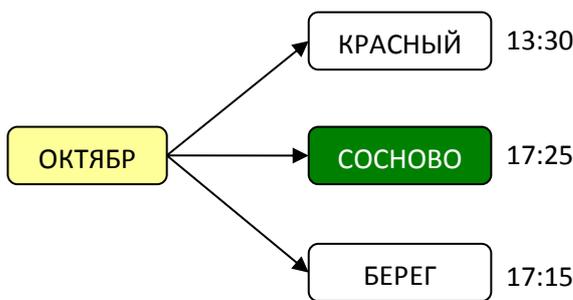
- можно не заметить, что путешественник не успеет на пересадку в КРАСНОМ (неверный ответ 15:40)
- можно перепутать аэропорты вылета и прилета (неверный ответ 16:35)

**Решение (вариант 2, граф):**

- 1) для решения можно построить граф, показывающий, куда может попасть путешественник из аэропорта ОКТЯБРЬ
- 2) из аэропорта ОКТЯБРЬ есть три рейса:

ОКТЯБРЬ	СОСНОВО	13:40	17:25
ОКТЯБРЬ	КРАСНЫЙ	11:45	13:30
ОКТЯБРЬ	БЕРЕГ	15:30	17:15

- 3) построим граф, около каждого пункта запишем время прибытия



- 4) проверим, не будет ли быстрее лететь с пересадкой: рейс «КРАСНЫЙ-СОСНОВО» вылетает в 13:15, то есть, путешественник на него не успевает; он не успеет также и на рейс «БЕРЕГ-СОСНОВО», вылетающий в 12:15
- 5) таким образом, правильный ответ – 4 (прямой рейс).

**Еще пример задания:**

Таблица стоимости перевозок устроена следующим образом: числа, стоящие на пересечениях строк и столбцов таблиц, означают стоимость проезда между соответствующими соседними станциями. Если пересечение строки и столбца пусто, то станции не являются соседними. Укажите таблицу, для которой выполняется условие: «Минимальная стоимость проезда из А в В не больше б». Стоимость проезда по маршруту складывается из стоимостей проезда между соответствующими соседними станциями.

1) 

	A	B	C	D	E
A			3	1	
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E		2	2		

2) 

	A	B	C	D	E
A			3	1	1
B			4		
C	3	4			2
D	1				
E	1		2		

3) 

	A	B	C	D	E
A			3	1	4
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E	4	2	2		

4) 

	A	B	C	D	E
A				1	
B			4		1
C		4		4	2
D	1		4		
E		1	2		

**Решение (вариант 1):**

- нужно рассматривать все маршруты из А в В, как напрямую, так и через другие станции
- рассмотрим таблицу 1:

- из верхней строки таблицы следует, что из А в В напрямую везти нельзя, только через С (стоимость перевозки А-С равна 3) или через D (стоимость перевозки из А в D равна 1)

	A	B	C	D	E
A			3	1	

- предположим, что мы повезли через С; тогда из третьей строки видим, что из С можно ехать в В, и стоимость равна 4

	A	B	C	D	E
C	3	4			2

- таким образом общая стоимость перевозки из А через С в В равна  $3 + 4 = 7$
- кроме того, из С можно ехать не сразу в В, а сначала в Е:

	A	B	C	D	E
C	3	4			2

а затем из Е – в В (стоимость также 2),

	A	B	C	D	E
E		2	2		

так что общая стоимость этого маршрута равна  $3 + 2 + 4 = 7$

- теперь предположим, что мы поехали из А в D (стоимость 1); из четвертой строки таблицы видим, что из D можно ехать только обратно в А, поэтому этим путем в В никак не попасть:

	A	B	C	D	E
D	1				

- таким образом, для первой таблицы минимальная стоимость перевозки между А и В равна 7; заданное условие «не больше 6» **не выполняется**

- аналогично рассмотрим вторую схему; возможные маршруты из А в В:

- $A \xrightarrow{3} C \xrightarrow{4} B$ , стоимость 7
- $A \xrightarrow{1} E \xrightarrow{2} C \xrightarrow{4} B$ , стоимость 7
- таким образом, минимальная стоимость 7, условие **не выполняется**

- для третьей таблицы:

- $A \xrightarrow{3} C \xrightarrow{4} B$ , стоимость 7
- $A \xrightarrow{4} E \xrightarrow{2} B$ , стоимость 6
- $A \xrightarrow{4} E \xrightarrow{2} C \xrightarrow{4} B$ , стоимость 7
- таким образом, минимальная стоимость 6, условие **выполняется**

- для четвертой:

- $A \xrightarrow{1} D \xrightarrow{4} C \xrightarrow{4} B$ , стоимость 9
- $A \xrightarrow{1} D \xrightarrow{4} C \xrightarrow{2} E \xrightarrow{1} B$ , стоимость 8
- минимальная стоимость 8, условие **не выполняется**

- условие «не больше 6» выполняется только для таблицы 3

- таким образом, правильный ответ – 3.

#### Возможные ловушки и проблемы:

- метод ненагляден, легко запутаться и пропустить решение с минимальной стоимостью

#### Решение (вариант 2, с рисованием схемы):

- для каждой таблицы нарисуем соответствующую ей схему дорог, обозначив стоимость перевозки рядом с линиями, соединяющими соседние станции:

1)

2)

3)

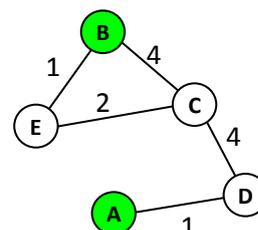
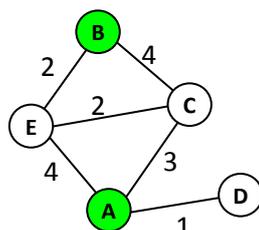
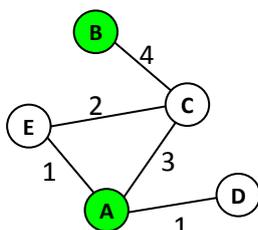
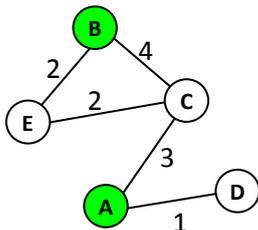
4)

	A	B	C	D	E
A			3	1	
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E		2	2		

	A	B	C	D	E
A			3	1	1
B			4		
C	3	4			2
D	1				
E	1		2		

	A	B	C	D	E
A			3	1	4
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E	4	2	2		

	A	B	C	D	E
A				1	
B			4		1
C		4		4	2
D	1		4		
E		1	2		



2) теперь по схемам определяем кратчайшие маршруты для каждой таблицы:

1:  $A \xrightarrow{3} C \xrightarrow{4} B$  или  $A \xrightarrow{3} C \xrightarrow{2} E \xrightarrow{2} B$ , стоимость 7

2:  $A \xrightarrow{3} C \xrightarrow{4} B$  или  $A \xrightarrow{1} E \xrightarrow{2} C \xrightarrow{4} B$ , стоимость 7

3:  $A \xrightarrow{4} E \xrightarrow{2} B$ , стоимость 6

4:  $A \xrightarrow{1} D \xrightarrow{4} C \xrightarrow{2} E \xrightarrow{1} B$ , стоимость 8

8) условие «не больше 6» выполняется только для таблицы 3

9) таким образом, правильный ответ – 3.

**Возможные ловушки и проблемы:**

- нужно внимательно строить схемы по таблицам, этот дополнительный переход (от табличных моделей к графическим) повышает наглядность, но добавляет еще одну возможность для ошибки
- наглядность схемы зависит от того, как удачно вы выберете расположение ее узлов; один из подходов – сначала расставить все узлы равномерно на окружности, нарисовать все связи и посмотреть, как можно расположить узлы более удобно
- по невнимательности можно пропустить решение с минимальной стоимостью

**Еще пример задания:**

Между четырьмя местными аэропортами: ВОСТОРГ, ЗАРЯ, ОЗЕРНЫЙ и ГОРКА, ежедневно выполняются авиарейсы. Приведён фрагмент расписания перелётов между ними:

Аэропорт вылета	Аэропорт прилета	Время вылета	Время прилета
ВОСТОРГ	ГОРКА	16:15	18:30
ОЗЕРНЫЙ	ЗАРЯ	13:40	15:50
ОЗЕРНЫЙ	ВОСТОРГ	14:10	16:20
ГОРКА	ОЗЕРНЫЙ	17:05	19:20
ВОСТОРГ	ОЗЕРНЫЙ	11:15	13:20
ЗАРЯ	ОЗЕРНЫЙ	16:20	18:25
ВОСТОРГ	ЗАРЯ	14:00	16:15
ЗАРЯ	ГОРКА	16:05	18:15
ГОРКА	ЗАРЯ	14:10	16:25
ОЗЕРНЫЙ	ГОРКА	18:35	19:50

Путешественник оказался в аэропорту ВОСТОРГ в полночь (0:00). Определите самое раннее время, когда он может попасть в аэропорт ГОРКА.

- 1) 16:15      2) 18:15      3) 18:30      4) 19:50

**Решение («обратный ход»):**

- 1) сначала заметим, что есть прямой рейс из аэропорта ВОСТОРГ в ГОРКУ с прибытием в 18:30:

<i>ВОСТОРГ</i>	<i>ГОРКА</i>	<i>16:15</i>	<i>18:30</i>
----------------	--------------	--------------	--------------

- 2) посмотрим, сможет ли путешественник оказаться в ГОРКЕ раньше этого времени, если полетит через другой аэропорт, с пересадкой; рассмотрим все остальные рейсы, который **прибывают** в аэропорт ГОРКА:

<i>ЗАРЯ</i>	<i>ГОРКА</i>	<i>16:05</i>	<i>18:15</i>
<i>ОЗЕРНЫЙ</i>	<i>ГОРКА</i>	<i>18:35</i>	<i>19:50</i>

- 3) это значит, что имеет смысл проверить только возможность перелета через аэропорт ЗАРЯ (через ОЗЕРНЫЙ явно не получится раньше, чем прямым рейсом); для этого нужно быть в ЗАРЕ не позже, чем в 16:05

- 4) смотрим, какие рейсы прибывают в аэропорт ЗАРЯ раньше, чем в 16:05:

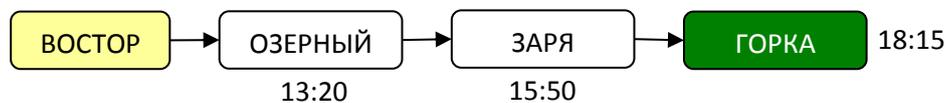
<i>ОЗЕРНЫЙ</i>	<i>ЗАРЯ</i>	<i>13:40</i>	<i>15:50</i>
----------------	-------------	--------------	--------------

- 5) дальше проверяем рейсы, который приходят в ОЗЕРНЫЙ раньше, чем в 13:40

<i>ВОСТОРГ</i>	<i>ОЗЕРНЫЙ</i>	<i>11:15</i>	<i>13:20</i>
----------------	----------------	--------------	--------------

- 6) таким образом, мы «пришли» от конечного пункта к начальному, в обратном направлении

- 7) поэтому оптимальный маршрут



- 8) и правильный ответ – 2.

**Возможные ловушки и проблемы:**

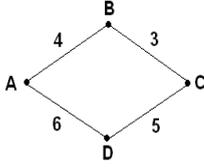
- «напрашивается» ошибочный ответ 18:30 (прямой рейс)
- при решении задачи «прямым ходом», с начального пункта, легко пропустить вариант с двумя пересадками

# Домашняя работа 01

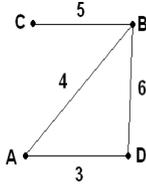
- 1) В таблице приведена стоимость перевозок между соседними железнодорожными станциями. Укажите схему, соответствующую таблице.

	A	B	C	D
A		4		5
B	4		3	6
C		3		
D	5	6		

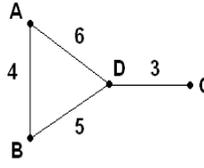
1)



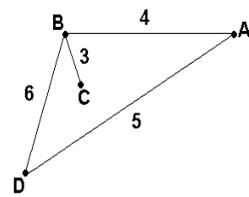
2)



3)



4)



- 2) В таблицах приведена протяженность автомагистралей между соседними населенными пунктами. Если пересечение строки и столбца пусто, то соответствующие населенные пункты не соединены автомагистралями. Укажите номер таблицы, для которой выполняется условие «Максимальная протяженность маршрута от пункта А до пункта С не больше 5». Протяженность маршрута складывается из протяженности автомагистралей между соответствующими соседними населенными пунктами. При этом любой населенный пункт должен встречаться на маршруте не более одного раза.

1)

	A	B	C	D
A		2		2
B	2		1	3
C		1		3
D	2	3	3	

2)

	A	B	C	D
A		2	2	
B	2		1	1
C	2	1		3
D		1	3	

3)

	A	B	C	D
A		2	3	2
B	2		2	2
C	3	2		
D	2	2		

4)

	A	B	C	D
A		3	2	1
B	3		2	
C	2	2		1
D	1		1	

- 3) В таблице приведена стоимость перевозки грузов между соседними станциями. Если пересечение строки и столбца пусто, то соответствующие станции не являются соседними. Укажите таблицу, для которой выполняется условие «Минимальная стоимость перевозки грузов от пункта А до пункта В не больше 3».

1)

	A	B	C	D	E
A				1	
B			4		3
C		4		4	
D	1		4		
E		3			

2)

	A	B	C	D	E
A			5	1	
B			4		2
C	5	4			
D	1				
E		2			

3)

	A	B	C	D	E
A			3	1	1
B			2	1	
C	3	2			
D	1	1			
E	1				

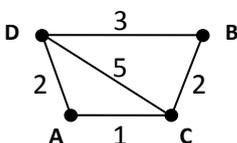
4)

	A	B	C	D	E
A			2	1	3
B			2		2
C	2	2			
D	1				
E	3	2			

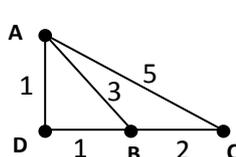
- 4) В таблице приведена стоимость перевозки пассажиров между соседними населенными пунктами. Укажите схему, соответствующую таблице.

	A	B	C	D
A			1	2
B			2	3
C	1	2		5
D	2	3	5	

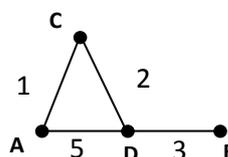
1)



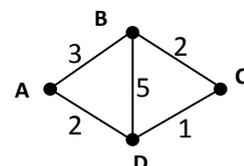
2)



3)



4)



- 5) В таблицах приведена стоимость перевозки грузов между соседними станциями. Если пересечение строки и столбца пусто, то соответствующие станции не являются соседними. Укажите номер таблицы, для которой выполняется условие «Максимальная стоимость перевозки грузов от пункта В до пункта D не больше 6».

1)

	A	B	C	D
A		2		2
B	2		4	3
C		4		4
D	2	3	4	

2)

	A	B	C	D
A		2	1	1
B	2		4	
C	1	4		1
D	1		1	

3)

	A	B	C	D
A		1	3	6
B	1		2	4
C	3	2		
D	6	4		

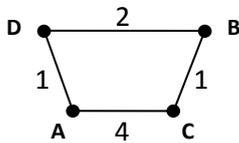
4)

	A	B	C	D
A		3	2	1
B	3		2	
C	2	2		4
D	1		4	

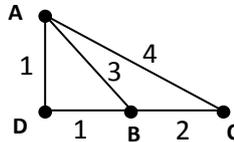
- 6) В таблице приведена стоимость перевозки пассажиров между соседними населенными пунктами. Укажите схему, соответствующую таблице.

	A	B	C	D
A		3		1
B	3		2	1
C		2		4
D	1	1	4	

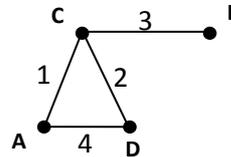
1)



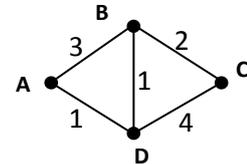
2)



3)



4)



- 7) В таблицах приведена протяженность автомагистралей между соседними населенными пунктами. Если пересечение строки и столбца пусто, то соответствующие населенные пункты не являются соседними. Укажите номер таблицы, для которой выполняется условие «Максимальная протяженность маршрута от пункта А до пункта С не больше 6». Протяженность маршрута складывается из протяженности автомагистралей между соответствующими соседними населенными пунктами. При этом через любой населенный пункт маршрут должен проходить не более одного раза.

1)

	A	B	C	D
A		1		2
B	1		4	3
C		4		3
D	2	3	3	

2)

	A	B	C	D
A		1	2	
B	1		4	2
C	2	4		3
D		2	3	

3)

	A	B	C	D
A		3	3	2
B	3		4	3
C	3	4		
D	2	3		

4)

	A	B	C	D
A		3	2	1
B	3		4	
C	2	4		1
D	1		1	

- 8) В таблице приведена стоимость перевозки пассажиров между соседними населенными пунктами. Укажите схему, соответствующую таблице.

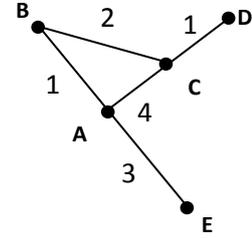
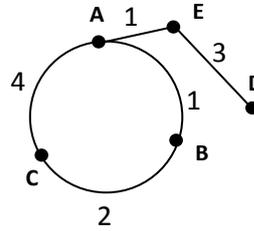
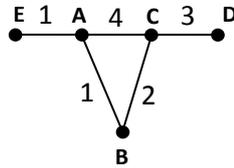
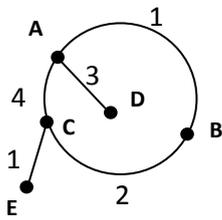
	A	B	C	D	E
A		1	4		1
B	1		2		
C	4	2		3	
D			3		
E	1				

1)

2)

3)

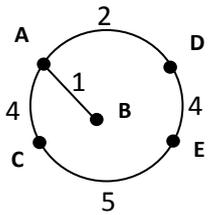
4)



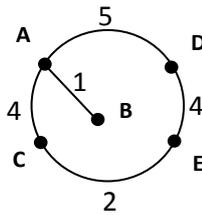
9) В таблице приведена стоимость перевозки пассажиров между соседними населенными пунктами. Укажите схему, соответствующую таблице.

	A	B	C	D	E
A		2	4	1	
B	2				
C	4				5
D	1				4
E			5	4	

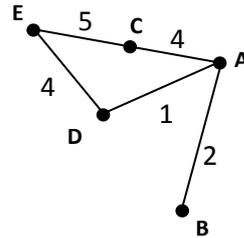
1)



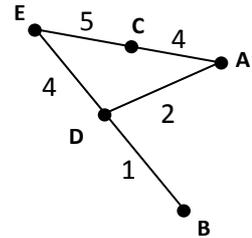
2)



3)



4)



10) Путешественник пришел в 08:00 на автостанцию поселка ЛЕСНОЕ и увидел следующее расписание автобусов:

Отправление из	Прибытие в	Время отправления	Время прибытия
ЛЕСНОЕ	ОЗЕРНОЕ	07:45	08:55
ЛУГОВОЕ	ЛЕСНОЕ	08:00	09:10
ПОЛЕВОЕ	ЛЕСНОЕ	08:55	11:25
ПОЛЕВОЕ	ЛУГОВОЕ	09:10	10:10
ЛЕСНОЕ	ПОЛЕВОЕ	09:15	11:45
ОЗЕРНОЕ	ПОЛЕВОЕ	09:15	10:30
ЛЕСНОЕ	ЛУГОВОЕ	09:20	10:30
ОЗЕРНОЕ	ЛЕСНОЕ	09:25	10:35
ЛУГОВОЕ	ПОЛЕВОЕ	10:40	11:40
ПОЛЕВОЕ	ОЗЕРНОЕ	10:45	12:00

Определите самое раннее время, когда путешественник сможет оказаться в пункте ПОЛЕВОЕ согласно этому расписанию.

1) 10:30

2) 11:25

3) 11:40

4) 11:45

11) Путешественник пришел в 08:00 на автостанцию поселка КАЛИНИНО и увидел следующее расписание автобусов:

Отправление из	Прибытие в	Время отправления	Время прибытия
КАМЫШИ	КАЛИНИНО	08:15	09:10
КАЛИНИНО	БУКОВОЕ	09:10	10:15
РАКИТИНО	КАМЫШИ	10:00	11:10
РАКИТИНО	КАЛИНИНО	10:05	12:25
РАКИТИНО	БУКОВОЕ	10:10	11:15
КАЛИНИНО	РАКИТИНО	10:15	12:35

КАЛИНИНО	КАМЫШИ	10:20	11:15
БУКОВОЕ	КАЛИНИНО	10:35	11:40
КАМЫШИ	РАКИТИНО	11:25	12:30
БУКОВОЕ	РАКИТИНО	11:40	12:40

Определите самое раннее время, когда путешественник сможет оказаться в пункте РАКИТИНО согласно этому расписанию.

- 1) 12:25      2) 12:30      3) 12:35      4) 12:40

12) В таблицах приведена протяженность автомагистралей между соседними населенными пунктами. Если пересечение строки и столбца пусто, то соответствующие населенные пункты не являются соседними. Укажите номер таблицы, для которой выполняется условие «Максимальная протяженность маршрута от пункта С до пункта В не больше 6». Протяженность маршрута складывается из протяженности автомагистралей между соответствующими соседними населенными пунктами. При этом через любой населенный пункт маршрут должен проходить не более одного раза.

1)	2)	3)	4)																																																																																																																																																
<table border="1"> <tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th></tr> <tr><th>A</th><td></td><td>4</td><td>3</td><td></td><td>7</td></tr> <tr><th>B</th><td>4</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td></tr> <tr><th>C</th><td>3</td><td></td><td></td><td>6</td><td></td></tr> <tr><th>D</th><td></td><td>2</td><td>6</td><td></td><td>1</td></tr> <tr><th>E</th><td>7</td><td></td><td></td><td>1</td><td></td></tr> </table>		A	B	C	D	E	A		4	3		7	B	4			2		C	3			6		D		2	6		1	E	7			1		<table border="1"> <tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th></tr> <tr><th>A</th><td></td><td>2</td><td>5</td><td></td><td>6</td></tr> <tr><th>B</th><td>2</td><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr> <tr><th>C</th><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><th>D</th><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><th>E</th><td>6</td><td></td><td></td><td>1</td><td></td></tr> </table>		A	B	C	D	E	A		2	5		6	B	2			3		C	5					D		3			1	E	6			1		<table border="1"> <tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th></tr> <tr><th>A</th><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><th>B</th><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td></td></tr> <tr><th>C</th><td>2</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td></tr> <tr><th>D</th><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td></td><td></td></tr> <tr><th>E</th><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		A	B	C	D	E	A			2	2	6	B				2		C	2			2		D	2	2	2			E	6					<table border="1"> <tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th></tr> <tr><th>A</th><td></td><td>5</td><td>2</td><td></td><td>6</td></tr> <tr><th>B</th><td>5</td><td></td><td></td><td>5</td><td></td></tr> <tr><th>C</th><td>2</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td></tr> <tr><th>D</th><td></td><td>5</td><td>2</td><td></td><td>3</td></tr> <tr><th>E</th><td>6</td><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr> </table>		A	B	C	D	E	A		5	2		6	B	5			5		C	2			2		D		5	2		3	E	6			3	
	A	B	C	D	E																																																																																																																																														
A		4	3		7																																																																																																																																														
B	4			2																																																																																																																																															
C	3			6																																																																																																																																															
D		2	6		1																																																																																																																																														
E	7			1																																																																																																																																															
	A	B	C	D	E																																																																																																																																														
A		2	5		6																																																																																																																																														
B	2			3																																																																																																																																															
C	5																																																																																																																																																		
D		3			1																																																																																																																																														
E	6			1																																																																																																																																															
	A	B	C	D	E																																																																																																																																														
A			2	2	6																																																																																																																																														
B				2																																																																																																																																															
C	2			2																																																																																																																																															
D	2	2	2																																																																																																																																																
E	6																																																																																																																																																		
	A	B	C	D	E																																																																																																																																														
A		5	2		6																																																																																																																																														
B	5			5																																																																																																																																															
C	2			2																																																																																																																																															
D		5	2		3																																																																																																																																														
E	6			3																																																																																																																																															

13) Между четырьмя местными аэропортами: ВОСТОРГ, ЗАРЯ, ОЗЕРНЫЙ и ГОРКА, ежедневно выполняются авиарейсы. Приведён фрагмент расписания перелётов между ними:

Аэропорт вылета	Аэропорт прилета	Время вылета	Время прилета
ВОСТОРГ	ГОРКА	13:10	17:15
ОЗЕРНЫЙ	ЗАРЯ	13:00	14:30
ОЗЕРНЫЙ	ВОСТОРГ	12:10	14:20
ГОРКА	ОЗЕРНЫЙ	11:15	15:30
ВОСТОРГ	ОЗЕРНЫЙ	12:35	14:50
ЗАРЯ	ОЗЕРНЫЙ	12:30	14:20
ВОСТОРГ	ЗАРЯ	10:30	12:15
ЗАРЯ	ГОРКА	14:40	16:45
ГОРКА	ЗАРЯ	15:15	17:20
ОЗЕРНЫЙ	ГОРКА	14:30	16:20

Путешественник оказался в аэропорту ВОСТОРГ в полночь (0:00). Определите самое раннее время, когда он может попасть в аэропорт ГОРКА.

- 1) 13:10      2) 16:20      3) 16:45      4) 17:15

14) Путешественник пришел в 08:00 на автостанцию поселка ОЛЬГИНО и увидел следующее расписание автобусов:

Отправление из	Прибытие в	Время отправления	Время прибытия
САВВИНО	ОЛЬГИНО	07:10	08:25
ОЛЬГИНО	ПАВЛИНО	07:30	08:40
ПАВЛИНО	КУЧИНО	07:50	09:00
ОЛЬГИНО	КУЧИНО	09:15	10:20

ПАВЛИНО	САВВИНО	09:15	10:25
ОЛЬГИНО	САВВИНО	09:30	10:30
ПАВЛИНО	ОЛЬГИНО	09:30	10:45
КУЧИНО	ПАВЛИНО	10:10	11:20
САВВИНО	ПАВЛИНО	11:05	12:15
КУЧИНО	ОЛЬГИНО	11:30	12:40

Определите самое раннее время, когда путешественник сможет оказаться в пункте ПАВЛИНО согласно этому расписанию.

- 1) 08:40      2) 10:45      3) 11:20      4) 12:15

15) Путешественник пришел в 08:00 на автостанцию поселка ЧЕРНОЕ и увидел следующее расписание автобусов:

Отправление из	Прибытие в	Время отправления	Время прибытия
СВЕТЛОЕ	ЧЕРНОЕ	06:15	08:55
КРАСНОЕ	ЛАЗАРЕВО	07:15	09:45
ЧЕРНОЕ	КРАСНОЕ	07:30	11:40
ЧЕРНОЕ	ЛАЗАРЕВО	08:25	10:45
КРАСНОЕ	СВЕТЛОЕ	09:05	10:25
ЧЕРНОЕ	СВЕТЛОЕ	09:10	11:50
ЛАЗАРЕВО	КРАСНОЕ	10:30	13:00
ЛАЗАРЕВО	ЧЕРНОЕ	11:05	13:45
СВЕТЛОЕ	КРАСНОЕ	12:10	13:25
КРАСНОЕ	ЧЕРНОЕ	13:10	17:25

Определите самое раннее время, когда путешественник сможет оказаться в пункте КРАСНОЕ согласно этому расписанию.

- 1) 11:40      2) 13:00      3) 13:10      4) 13:25

# Тема: Графы. Поиск путей

## Что нужно знать:

- если в город R можно приехать только из городов X, Y, и Z, то число различных путей из города A в город R равно сумме числа различных путей проезда из A в X, из A в Y и из A в Z, то есть

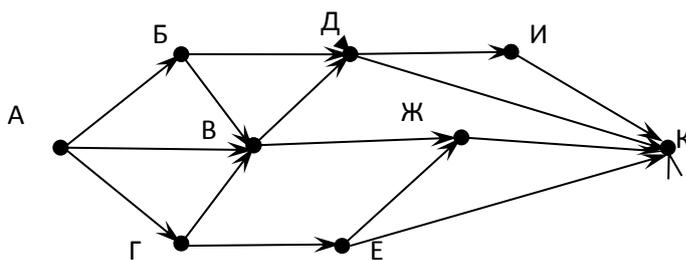
$$N_R = N_X + N_Y + N_Z,$$

где  $N_Q$  обозначает число путей из вершины A в некоторую вершину Q

- число путей конечно, если в графе нет циклов – замкнутых путей

## Пример задания:

На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



## Решение (1 вариант, перебор всех путей с начала, А. Яфарова):

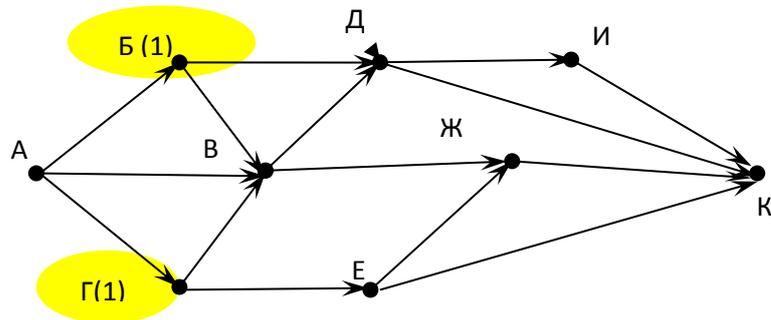
- запишем все вершины, в которые есть прямой путь из вершины А: Б, В и Г; получается три начальных отрезка:  
АБ, АВ, АГ
- рассмотрим маршрут АБ: из Б можно ехать в В и Д, поэтому получаем два маршрута:  
АБВ, АБД
- рассматриваем конечные точки этих маршрутов: из В можно ехать в Д и Ж, а из Д – в И и К:  
АБВД, АБВЖ, АБДИ, АБДК
- снова смотрим на конечные точки: из Д едем в И и К, из Ж и И – только в К:  
АБВДИ, АБВДК, АБВЖК, АБДИК, АБДК
- из И едем только в К, таким образом, все возможные маршруты, содержащие участок АБ, доведены до конечной точки К, всего **5 таких маршрутов**:  
АБВДИК, АБВДК, АБВЖК, АБДИК, АБДК
- затем аналогично рассматриваем маршруты, которые начинаются с АВ:  
АВД, АВЖ  
АВДИ, АВДК, АВЖК  
АВДИК, АВДК, АВЖК  
всего **3 маршрута**
- наконец, остается рассмотреть маршруты, которые начинаются с АГ:  
АГВ, АГЕ  
АГВД, АГВЖ, АГЕЖ, АГЕК  
АГВДИ, АГВДК, АГВЖК, АГЕЖК, АГЕК  
АГВДИК, АГВДК, АГВЖК, АГЕЖК, АГЕК  
всего **5 маршрутов**
- складываем количество маршрутов для всех начальных участков:  $5 + 3 + 5 = 13$
- Ответ: **13**.

### Возможные проблемы:

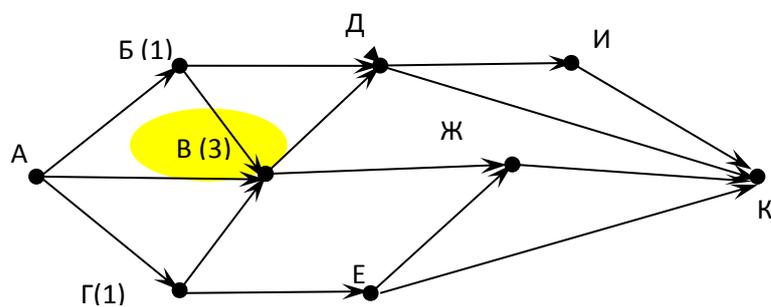
- при большом количестве маршрутов легко запутаться и что-то пропустить

**Решение (2 вариант, графический, О.О. Грущак, КузГПА):**

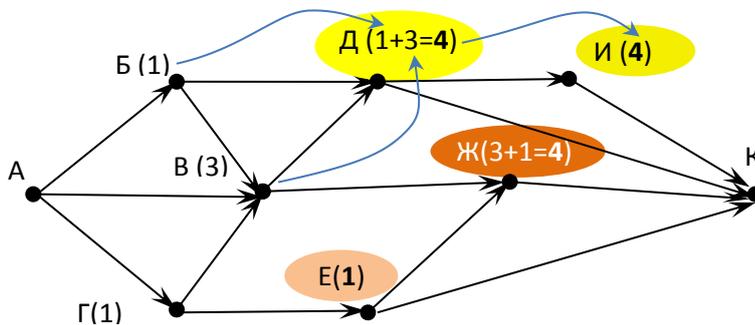
- 1) Главную идею решения: (число дорог в город N есть сумма дорог, приводящих в города, из которых есть прямой проезд в город N), отразим на самой схеме, показывая на ней ЧИСЛО ДОРОГ, приводящих в каждый город.
- 2) Последовательность очевидна: начинаем с Б и Г (городов, куда есть по 1-й дороге из А)



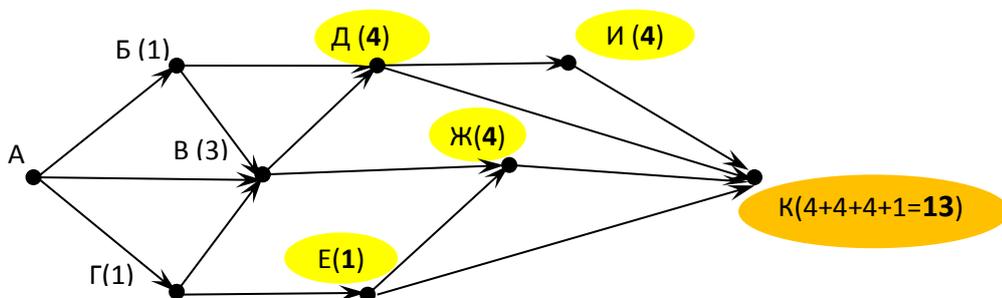
- 3) Посчитаем дороги в В: 1 (из А) + 1(дороги города Б) + 1(дороги города Г) = 3



- 4) Аналогично посчитаем дороги в Д, И, Е, Ж:



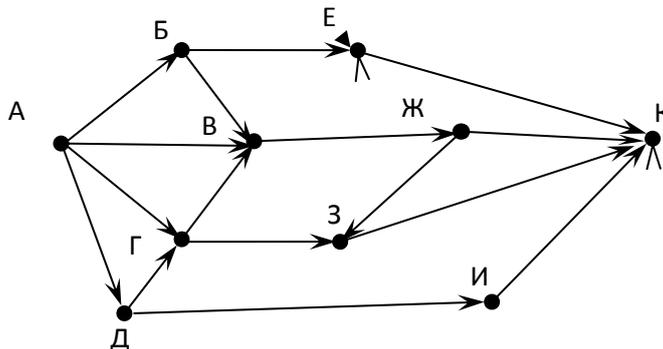
- 5) Определяем число дорог в город К, как сумму дорог в города, с которыми он связан: Д, И, Ж, Е.



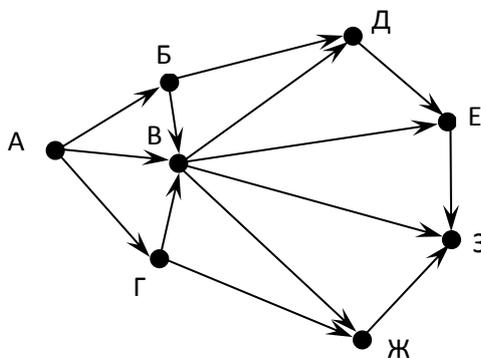
- 6) Ответ: **13**.

## Домашнее задание 02

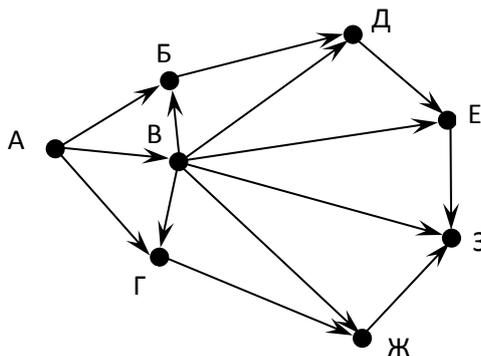
- 1) На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



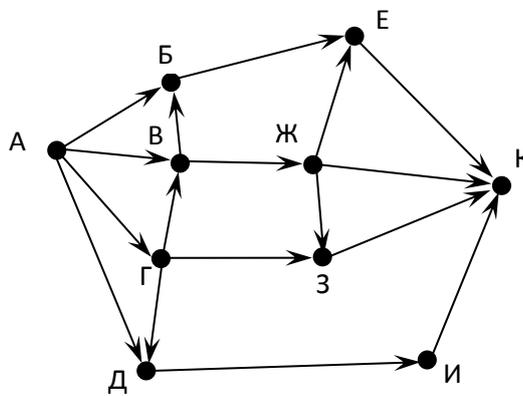
- 2) На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город З?



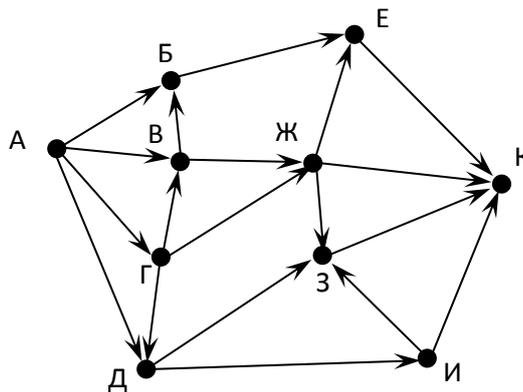
- 3) На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город З?



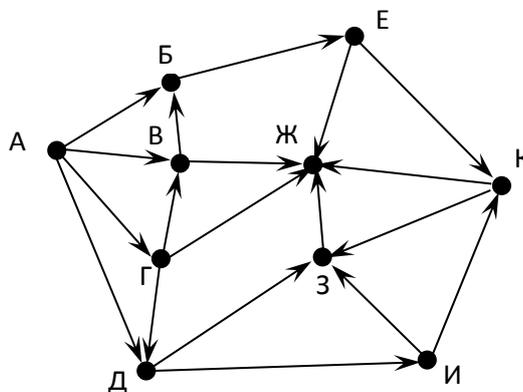
- 4) На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



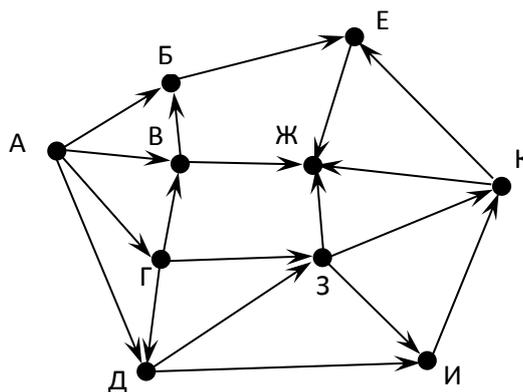
5) На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



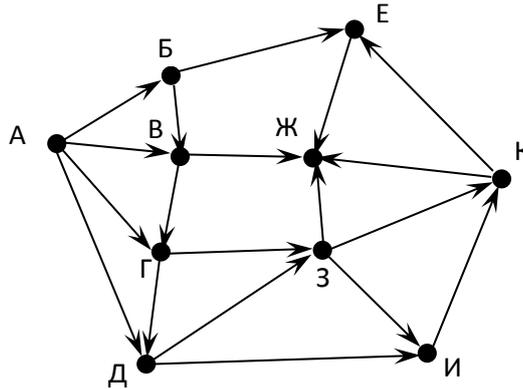
6) На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Ж?



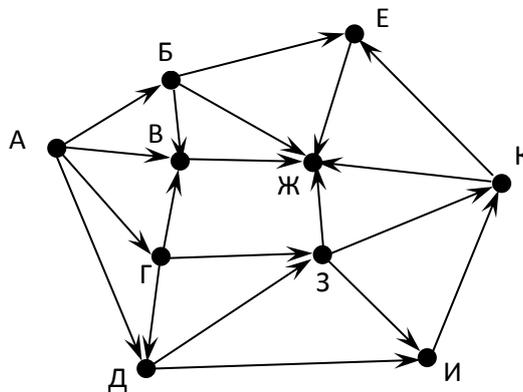
7) На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Ж?



- 8) На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Ж?



- 9) На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Ж?



- 10) На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Ж?

