Глава 2
Моделирование

§ 6
Модели и моделирование

Введение

При слове «модель» у многих, наверное, появляется мысль о моделях самолётов, кораблей, танков и другой техники, которые стоят на полках магазинов. Однако слово «модель» имеет более широкое значение. Например, игрушки, в которые играют дети всех возрастов, — это модели реальных объектов, с которыми они встречаются в жизни (или встретятся в будущем).

Говоря о модели, мы всегда указываем на какой-то другой объект (процесс, явление), например: «Глобус — это модель Земли». Здесь «другой объект» — это Земля, он называется **оригиналом**. Объект становится моделью только тогда, когда есть оригинал, *модели без оригинала не существует*. Оригиналами могут быть:

- *объекты* (самолёт, здание, ядро атома, кристаллическая решётка металла, галактика);
- *процессы* (изменение климата и экологической обстановки, развитие экономики);
- *явления* (землетрясения, цунами, солнечные затмения).

Зачем нужны модели вообще? Они появляются тогда, когда мы хотим решить какую-то *задачу*, связанную с оригиналом, а изучать оригинал невозможно, потому что:

- оригинал *не существует*; например, учебники истории — это модели общества, которого уже нет; возможные последствия ядерной войны учёные изучали на моделях, потому что ставить реальный эксперимент было бы безумием;
- исследование оригинала *дорого или опасно* для жизни, например, при управлении ядерным реактором, испытании скафандра для космонавтов, создании нового самолёта или корабля;

- *сложно исследовать* непосредственно оригинал, например Солнечную систему, молекулы и атомы, очень быстрые процессы в двигателях внутреннего сгорания, очень медленные движения материков;
- нас интересуют только *некоторые свойства* оригинала; например, чтобы испытать новую краску для самолёта, не нужно строить самолёт.

Итак, модель всегда связана не только с оригиналом, но и с конкретной задачей, которую мы хотим решить с её помощью.

Для любого оригинала можно построить множество разных моделей. Например, моделью человека может служить его фотография, паспорт, генетический код, манекен, рентгеновский снимок, биография. Зачем столько? Дело в том, что каждая из этих моделей отражает только те свойства, которые важны при решении конкретной задачи. Такие свойства в теории моделирования называют **существенными**.

Вместе с тем одна и та же модель может описывать множество самых разных оригиналов. Например, в различных задачах атом, муха, человек, автомобиль, высотное здание, даже планета Земля могут быть представлены как материальные точки (если размеры соседних объектов и расстояния между ними значительно больше).

Теперь можно дать определение модели и моделирования.

Модель — это объект, который обладает существенными свойствами другого объекта, процесса или явления (оригинала) и используется вместо него.

Моделирование — это создание и исследование моделей с целью изучения оригиналов.

Практически всё, что мы делаем с помощью компьютеров, — это моделирование. Например, база данных библиотеки — это модель реального хранилища книг, компьютерный чертёж — это модель детали и т. д.

С помощью моделирования можно решать **задачи** четырёх типов:

- *исследование* оригинала, изучение его строения (чаще всего в научных и учебных целях);

- *анализ* («что будет, если...») — прогнозирование влияния различных воздействий на оригинал;
- *синтез* («как сделать, чтобы...») — управление оригиналом;
- *оптимизация* («как сделать лучше всего...») — выбор наилучшего решения в данных условиях.

Виды моделей

Существует множество классификаций моделей, каждая из которых отражает какое-то одно свойство. Универсальной классификации моделей нет.

По природе модели делятся на **материальные** (физические, предметные) и **информационные** (рис. 2.1). Материальные модели «можно потрогать» — это игрушки, уменьшенные копии самолётов и кораблей, чучела животных, учебные модели молекул и т. п.

Рис. 2.1

Информационные модели — это информация о свойствах оригинала и его связях с внешним миром. Среди них выделяют **вербальные модели** (словесные, от *лат.* verbalis — словесный) и **знаковые модели**, записанные с помощью какого-то формального языка:

- **графические** (схемы, карты, фотографии, чертежи);
- **табличные**;
- **математические** (формулы);
- **логические** (варианты выбора на основе анализа условий);
- **специальные** (ноты, химические формулы и т. п.).

По фактору времени выделяют статические и динамические модели. **Статические модели** (от греч. σταtος — неподвижный) описывают оригинал в состоянии покоя, в данный момент времени (схема сил, действующих на неподвижное тело; фотография; результаты осмотра врача, модель молекулы). **Динамические модели** (от греч. δυναμις — сила) описывают движение, развитие, изменение (модель полёта шарика, модель землетрясения, история болезни, видеозапись события, модель развития химической реакции).

По характеру связей модели делятся на детерминированные (от лат. *determinare* — определять) и вероятностные. В **детерминированных моделях** связи между исходными данными и результатами жёстко заданы, при одинаковых исходных данных всегда получается тот же самый результат (например, расчёт по известным формулам, модель движения тела без учета ветра и т. п.). **Вероятностные модели** учитывают случайность событий в реальном мире, поэтому при одних и тех же исходных данных результаты моделирования могут отличаться. К вероятностным относятся модели броуновского движения частиц, полёта самолета с учётом ветра, движения корабля на морском волнении, поведения человека.

Имитационные модели используются в тех случаях, когда поведение сложной системы нельзя (или крайне трудно) предсказать теоретически, но можно смоделировать её реакцию на внешние воздействия. Для того чтобы найти оптимальное решение задачи, нужно выполнить моделирование при всех возможных вариантах и выбрать наилучший из них. Такой метод часто называют методом «проб и ошибок». Имитационные модели позволяют очень точно описать поведение оригинала, но полученные результаты справедливы только для тех случаев, которые мы моделировали (что случится в других условиях — непонятно). Примеры использования имитационных моделей:

- испытание лекарств на мышах, обезьянах, группах добровольцев;
- модели биологических систем;
- экономические модели управления производством;
- модели систем массового обслуживания (банки, магазины и т. п.).

Для понимания работы процессора можно использовать его имитационную модель, которая позволяет вводить команды в определённом формате и показывает изменение значений регистров (ячеек памяти) процессора. Подобные модели применяют в том случае, когда нужно написать программу для системы, на которой её невозможно отлаживать (например, для микропроцессора, встроенного в утюг). Такой подход называют «кросс-программирование»: программа пишется и отлаживается в одной системе, а работать будет в другой. В этом случае «другую» систему приходится моделировать с помощью имитационной модели.

Игровые модели позволяют учитывать действия противника, например, при моделировании военных действий, соревнований, конкуренции в бизнесе. Задача игрового моделирования — найти лучшую стратегию в игре — план действий, который даёт наилучшие результаты даже в том случае, когда противник играет безошибочно. Этими вопросами занимается *теория игр* — раздел математики, одним из создателей которого был Джон фон Нейман. В сложных случаях используются имитационные игровые модели.

Адекватность

При моделировании всегда возникает вопрос: можно ли верить полученным результатам? Иначе говоря, будет ли оригинал вести себя так же, как и модель?

Адекватность модели (от лат. *adaequatus* — равный) — это совпадение свойств модели и оригинала в рассматриваемой задаче.

Адекватность означает, что результаты моделирования:
- не противоречат выводам теории, например законам сохранения (вещества, энергии и т. п.);
- подтверждаются экспериментом с реальным объектом (оригиналом).

Таким образом, адекватность модели можно окончательно доказать только экспериментом: если мы сможем решить задачу, используя результаты моделирования, то модель адекватна. На практике модель считается адекватной, если расхождения между численными результатами моделирования и эксперимента не превышают 10%.

Нужно понимать, что любая модель отличается от оригинала, поэтому она может быть адекватна только при определённых условиях — в той задаче, для решения которой она создавалась. Например, модель деления амёб (через некоторый интервал времени каждая амёба делится надвое) адекватна только при малом количестве амёб и небольших интервалах наблюдения, иначе амебы заполнили бы все пространство.

Во многих случаях результаты моделирования — это некоторые числа, измеренные или рассчитанные по результатам эксперимента с моделью. Это могут быть, например, сила, расстояние, скорость, ускорение, давление и др. Чаще всего эти величины для модели и оригинала будут различаться, поэтому нужно уметь пересчитывать «модельные» данные в соответствующие значения для оригинала. Этими вопросами занимается *теория подобия*. Простейший пример — работа с картой. Расстояние, измеренное по карте, нужно умножить на масштабный множитель, тогда получится соответствующее расстояние на реальной местности.

Вопросы и задания

1. Что такое модель? Зачем нужны модели?
2. Что вы думаете по поводу другого определения модели: «Модель — это упрощённое представление реального объекта, процесса или явления»?
3. Приведите примеры моделей объектов, процессов и явлений.
4. Приведите примеры разных моделей Земли. В каких задачах они используются?
5. Приведите примеры разных моделей человека. Для каких задач они предназначены?
6. Приведите примеры, когда одна модель используется для представления разных объектов-оригиналов.
7. Приведите примеры моделей, с которыми мы работаем на компьютерах.
8. Что такое моделирование?
9. Назовите типичные задачи, которые могут решаться с помощью моделирования.
10. Что такое анализ и синтез? Какой из этих типов задач более сложен?
11. Приведите примеры задач анализа и синтеза.
12. Что такое оптимизация?
13. Как вы думаете, почему нет единой классификации моделей?
14. К какому типу (типам) можно отнести следующие модели:
    а) «Каляка — это маляка с тремя грымзиками»;
    б) $a^2 + b^2 = c^2$;
    в) «Если горит красный свет, то стой. Если горит зёленый свет — иди»;
    г) $2H_2 + O_2 = 2H_2O$?
    Используйте разные классификации.

15. Объясните, чем различаются статические и динамические модели.
16. Что такое вероятностные модели? Зачем они могут понадобиться?
17. Как называются модели, в которых не используются случайные события?
18. Назовите достоинства и недостатки вероятностных и детерминированных моделей.
19. Какую модель — вероятностную или детерминированную — вы рекомендуете выбрать для исследования движения судна в шторм? Почему?
20. Что такое имитационные модели? Подумайте, какие достоинства и недостатки у них есть по сравнению с теоретическими моделями.
21. Что такое метод проб и ошибок?
22. Приведите примеры задач из вашей практики, для которых имитационная модель позволяет быстрее получить результат, чем теоретическая.
23. Какие модели называют игровыми?
24. Верно ли, что модели, используемые при создании компьютерных игр, — это игровые модели? Обоснуйте вашу точку зрения.
25. Приведите примеры детерминированных и вероятностных игровых моделей.
26. Может ли существовать вербальная динамическая имитационная игровая модель? Обоснуйте свою точку зрения.
27. Что такое адекватность модели? Как можно убедиться, что модель адекватна?
28. Почему ни одна модель не может быть полностью адекватна оригиналу?

Подготовьте собщение

а) «Анализ и синтез»

б) «Детерминированные и вероятностные модели»

в) «Игровые модели»

г) «Адекватность моделей»

Задачи

1. Площадь леса на карте масштаба 1:200 000 равна 5 см^2. Сколько квадратных километров составляет площадь реального леса?
2. Напишите программу, которая моделирует работу процессора. Процессор имеет 4 регистра, они обозначаются R0, R1, R2 и R3. Все команды состоят из трёх десятичных цифр: код операции, номер первого регистра и номер второго регистра или число от 0 до 9. Коды команд и примеры их использования приведены в таблице.

Код операции	Описание	Пример	Псевдокод
1	запись константы	128	`R2:=8`
2	копирование значения	203	`R3:=R0`
3	сложение	331	`R1:=R1+R3`
4	вычитание	431	`R1:=R1-R3`

Обратите внимание, что результат записывается во второй регистр. Команды вводятся последовательно как символьные строки. После ввода каждой строки программа показывает значения всех регистров.

3. Добавьте в систему команд в задаче 2 умножение, деление и логические операции с регистрами — И, ИЛИ, исключающее ИЛИ.

*4. Добавьте в систему команд в задаче 2 логическую операцию НЕ. Подумайте, как можно использовать второй регистр.

*5. Сделайте так, чтобы в команде с кодом 1 (задача 2) можно было использовать шестнадцатеричные значения констант (0–9, A–F).

6. Добавьте в задаче 2 обработку ошибок типа «неверная команда», «неверный номер регистра», «деление на ноль».

*7. Добавьте в задаче 2 команду «СТОП», которая прекращает работу программы. Введите строковый массив, моделирующий память, и запишите в него программу — последовательность команд. Ваша программа должна последовательно выполнять эти команды, выбирая их из «памяти», пока не встретится команда «СТОП».

*8. Подумайте (задача 2), как можно было бы организовать условный переход: перейти на N байтов вперёд (или назад), если результат последней операции — ноль.

§ 7
Системный подход в моделировании

Как вы знаете из § 4, системный подход состоит в том, что объект исследования (моделирования) рассматривается как система с учётом всех взаимосвязей между ее частями.

Модели могут обладать свойством системности, а могут не обладать. В таблице 2.1 приведены примеры моделей-«несистем» и моделей-систем для одних и тех же объектов.

Таблица 2.1

Оригинал	Модель-«несистема»	Модель-система
Пос. Орехово	Фотографии	Карта, видеофильм
Метро	Список станций	Схема метро
Рыбы в озере	Независимые модели развития щук и карасей	Модель, учитывающая, что щуки едят карасей
Автомобиль	Чертежи отдельных деталей	Сборочный чертёж
Солнечная система	Независимое движение планет	Движение планет под действием сил всемирного тяготения

Поскольку модель-система состоит из отдельных компонентов и связей между ними, можно говорить о структуре модели, т. е. о том, как именно связаны её компоненты. Далее мы рассмотрим наиболее важные структуры моделей-систем.

Табличные модели

Табличные модели используются тогда, когда нужно в наглядной форме представить **информацию об объектах**, имеющих одинаковый набор свойств (таблица типа **«объект–свойства»**) (табл. 2.2).

Таблица 2.2

Фамилия	Имя	Год рождения	Место отдыха
Иванов	Кузьма	1955	о. Валаам
Кузьмин	Сидор	1978	о. Ольхон
Сидоров	Иван	1990	о. Кипр

В виде таблиц оформляются расписания (уроков, поездов, самолётов), статистические данные (например, сколько произведено чугуна и стали на душу населения в разных странах). Функция тоже может быть задана в виде таблицы. С помощью таблицы Менделеева устанавливается связь между свойствами химического элемента и зарядом атомного ядра.

Таблица может определять **отношения между объектами** (таблица типа **«объект–объект»**). Например, в табл. 2.3 показано, кто в каком городе живёт.

Таблица 2.3

	Вася	Петя	Коля	Маша	Даша	Глаша
Москва	✓				✓	
Санкт-Петербург		✓		✓		
Пермь			✓			✓

Таблицы — это основной способ хранения информации в базах данных. Кроме того, для обработки табличных данных предназначены специальные программы — табличные процессоры.

В учебнике для 10 класса было показано, как таблицы можно использовать при решении логических задач. Здесь мы рассмотрим ещё один тип задач, который требует анализа табличных данных: определение оптимального маршрута поездки.

Задача. Путешественник прибыл в посёлок Берёзовое в 8 утра по местному времени и увидел следующее расписание автобусов (табл. 2.4).

Таблица 2.4

Отправление из	Прибытие в	Время отправления	Время прибытия
Берёзовое	Лесное	07:30	10:00
Берёзовое	Осиновое	11:50	14:10
Лесное	Березовое	12:50	15:20
Полевое	Лесное	13:20	14:40
Осиновое	Полевое	14:00	17:15
Лесное	Осиновое	14:20	15:30
Осиновое	Лесное	14:40	15:50
Берёзовое	Полевое	16:00	17:50
Лесное	Полевое	16:10	17:30
Полевое	Осиновое	17:40	19:55

Определите самое раннее время, когда он может попасть в Полевое, и как ему нужно ехать.

Решение. Из расписания видно, что автобусы ходят между четырьмя населёнными пунктами. Нарисуем схему, показывающую все возможные способы переезда из посёлка Берёзовое в посёлок Полевое. Буквы в кружках обозначают посёлки (Б — Берёзовое, П — Полевое, Л — Лесное и О — Осиновое), а слева и справа от них записано время отправления и прибытия автобусов согласно расписанию (рис. 2.2).

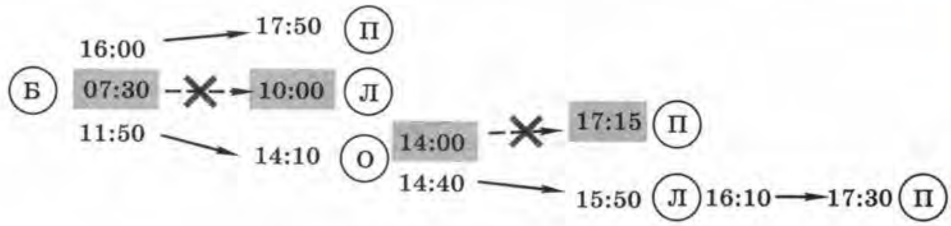


Рис. 2.2

Штриховыми линиями обозначены маршруты, на которые путешественник не успевает (поэтому дальнейшие варианты мы даже не рассматривали). Действительно, когда он приехал в Берёзовое в 8 утра, автобус в Лесное уже ушёл (в 7:30). Приехав в Осиновое в 14:10, он не успеет на автобус в Полевое, уходящий в 14:00.

Таким образом, остаются два варианта: ждать прямого автобуса в Полевое (прибытие в 17:50) или ехать с двумя пересадками через Осиновое и Лесное (прибытие в 17:30). Второй вариант позволяет доехать немного раньше.

Диаграммы

Воспринимая числовые данные, человек вынужден в уме анализировать эту информацию и делать выводы. Это требует значительных усилий, особенно если чисел много. Чтобы облегчить восприятие информации, её представляют в виде диаграмм (греч. διαγραμμα — рисунок, чертёж) — графических моделей, построенных по числовым данным, которые часто хранятся в таблицах.

Диаграммы позволяют быстро сравнить значения, увидеть изменения, сделать выводы на основании большого количества данных.

Первыми диаграммами, с которыми вы работали на уроках математики, были графики функций. По горизонтальной оси откладываются значения аргумента, а по вертикальной — значения функции (рис. 2.3).

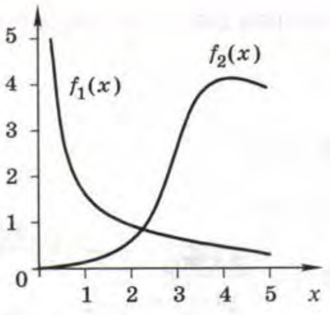


Рис. 2.3

Рассмотрим таблицу, в которой записано количество разных домашних животных у трёх жителей деревни (табл. 2.5).

Таблица 2.5

	Овцы	Кролики	Куры
Аськин	1	2	5
Баськин	4	2	5
Сенькин	2	3	4

Чтобы изобразить эти данные, можно использовать **столбчатую диаграмму (гистограмму)** (рис. 2.4).

Рис. 2.4

Здесь на горизонтальной оси откладываются не числа, а заголовки строк (или столбцов) таблицы, они называются **категориями**.

Столбики одного цвета — это **ряд данных**, представляющий столбец таблицы. На этой диаграмме показаны три ряда данных — овцы, кролики и куры. Справа от диаграммы размещена **легенда** — список условных обозначений (цвет столбиков для каждого ряда).

На представленной диаграмме мы можем сразу увидеть ответы на вопросы типа «Каких животных больше всего у Аськина (Баськина, Сенькина)?».

По тем же данным можно построить ещё одну столбчатую диаграмму, у которой ряды данных размещаются не в столбцах, а в строках (рис. 2.5).

Рис. 2.5

По этой диаграмме сразу видно, у кого больше овец (кроликов, кур). Таким образом, по одним данным можно построить разные диаграммы.

Тип диаграммы выбирается так, чтобы было лучше видно то, что хочет показать автор.

Таблицу 2.5 можно немного расширить, посчитав общее количество овец, кроликов и кур, а также общее количество животных у каждого жителя (табл. 2.6).

Таблица 2.6

	Овцы	**Кролики**	**Куры**	**Всего**
Аськин	1	2	5	8
Баськин	4	2	5	11
Сенькин	2	3	4	9
Всего	7	7	14	28

Всего получилось 28 животных, из них 7 овец, 7 кроликов и 14 кур. Чтобы наглядно показать доли составляющих в целом, используют **круговые диаграммы** (рис. 2.6). В данном случае четверть всех животных — овцы, еще четверть — кролики, и оставшаяся половина — куры.

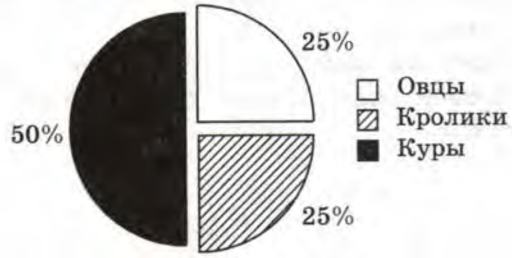


Рис. 2.6

Обратите внимание, что каждая из столбчатых диаграмм содержит ту же самую информацию, что и исходная таблица с данными, а круговая диаграмма — только итоги (по ней исходные данные восстановить невозможно).

Рассмотрим две задачи, в которых нужно анализировать данные, представленные в виде диаграмм.

Задача 1. Биологи пересчитали лосей, белок и зайцев на трёх участках заповедника и построили диаграмму (рис. 2.7).

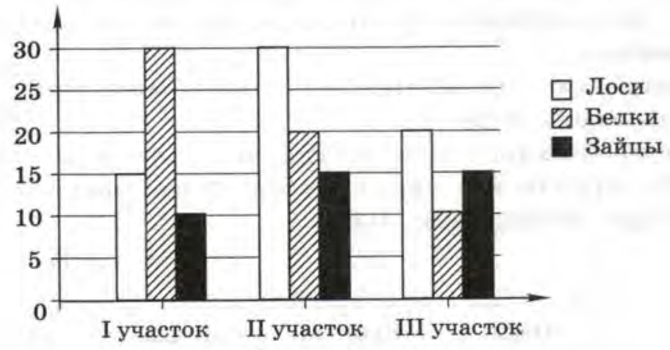


Рис. 2.7

Какая из следующих диаграмм правильно отражает соотношение общего числа животных разных видов по всему заповеднику (рис. 2.8)?

Рис. 2.8

Решение. Сначала нужно «снять» данные со столбчатой диаграммы и записать их в таблицу (табл. 2.7).

Таблица 2.7

	Участок I	Участок II	Участок III
Лоси	15	30	15
Белки	30	20	10
Зайцы	10	15	15

Теперь считаем, сколько было всего животных каждого вида и их общее количество (табл. 2.8).

Таблица 2.8

	Участок I	Участок II	Участок III	Всего
Лоси	15	30	15	60
Белки	30	20	10	60
Зайцы	10	15	15	40
Всего				160

Поскольку было обнаружено по 60 лосей и белок, соответствующие секторы на круговой диаграмме должны быть равны. Этому условию удовлетворяют диаграммы б) и в). Кроме того, количество зайцев составляет четверть от общего числа животных, это условие выполняется для диаграмм а) и б). Таким образом, правильный ответ — б).

Задача 2. В некоторой фирме работают менеджеры, рабочие и охрана. Они ездят на машинах четырёх марок: «Лада», «Форд», «Тойота» и «Ауди», каждый имеет ровно одну машину. На диаграмме (*а*) показано количество работников, имеющих машины определённой марки, а на диаграмме (*б*) — соотношение менеджеров, рабочих и охраны (рис. 2.9).

Рис. 2.9

Какие из этих утверждений следуют из анализа диаграмм:
а) все «Форды» могут принадлежать менеджерам;
б) все охранники могут ездить на «Ауди»;
в) все «Тойоты» могут принадлежать рабочим;
г) все рабочие могут ездить на «Фордах»?

Решение. Сначала по данным диаграммы 1 найдём общее количество работников фирмы:

10 + 40 + 30 + 20 = 100 человек.

Из второй диаграммы следует, что рабочие составляют половину от общего количества, т. е. 50, а менеджеры и охранники — по четверти, т. е. по 25 человек. Теперь рассмотрим предложенные утверждения:

а) все «Форды» (40 штук) не могут принадлежать менеджерам, так как менеджеров только 25, и каждый имеет одну машину;
б) все охранники (25 человек) не могут ездить на «Ауди», потому что этих машин всего 20;
в) все «Тойоты» (30 штук) **могут** принадлежать рабочим (их 50 человек);
г) все рабочие (50 человек) не могут ездить на «Фордах» (их всего 40 штук).

Таким образом, верно только утверждение в).

Иерархические модели

Иерархические модели (деревья) описывают многоуровневую структуру (вспомните материал 10 класса). Это может быть, например, схема управления фирмой, структура организации, классификация животных, файловая система, генеалогическое дерево (родословная) и т. п. Оглавление книги — тоже иерархическая модель (разделы, главы, параграфы, пункты). С помощью дерева можно задать порядок вычисления арифметического или логического выражения. Любую систему, состоящую из подсистем, можно представить в виде иерархии.

Отношения между уровнями могут быть самые разные. Например, в схеме управления — это отношение «подчиняется» (бухгалтер подчиняется директору), в классификации — отношение «подмножество» (подмножествами отряда Хищные являются подотряды Псообразные и Кошкообразные), при описании структуры — отношение «состоит из» (компьютер состоит из процессора, памяти и внешних устройств), в генеалогическом дереве — отношения «сын» («дочь») и «родитель».

В одной из рассмотренных выше задач исходная табличная модель оказалась неудобной для решения проблемы — поиска оптимального маршрута из посёлка Березовое в посёлок Полевое. Поэтому мы построили иерархическую модель (дерево), которая показывает все возможные маршруты. После этого сразу стало ясно, какой маршрут будет наилучшим.

Сетевые модели

В сетевых моделях **(графах)** каждый узел может быть связан со всеми другими. Знакомые вам сетевые модели — это схемы дорог, компьютерных сетей, электрических цепей.

Графы позволяют очень наглядно представить информацию, однако они неудобны для автоматической обработки. Поэтому в памяти компьютера информация о графах обычно хранится в виде табличных моделей — матриц смежности и весовых матриц (вспомните материал учебника для 10 класса).

Сетевые модели широко применяются для планирования производства, есть даже специальный термин «*сетевое планирование*». Предположим, что изготовление аппарата МУХ-8-ККВ включает 8 операций, причём некоторые из них можно выполнять одновременно. Чтобы определить время изготовления, строят схему (граф, сеть), на которой узлы обозначают события (когда можно начинать очередную операцию), дуги — работы, а числа

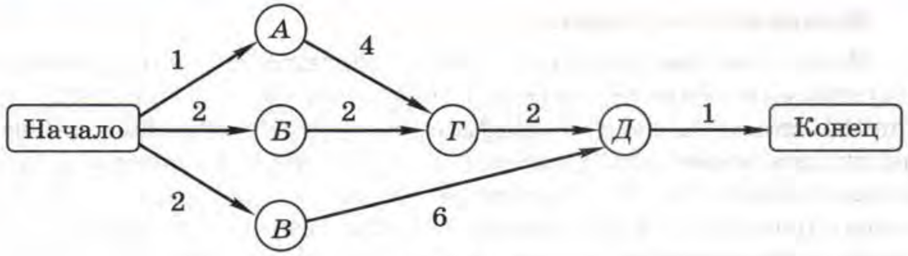


Рис. 2.10

около дуг (веса) — длительность этих работ, например, в днях (рис. 2.10).

По этой схеме видно, что в самом начале можно выполнять три работы параллельно. Чтобы начать работу *Г–Д*, нужно закончить работы *А–Г* и *Б–Г*, на это требуется 5 дней. Чтобы выполнить последнюю операцию и получить готовое изделие, нужно закончить работы *Г–Д* и *В–Д*, на это требуется 8 дней. Поэтому аппарат будет готов только через 9 дней с момента начала работ.

Для представления *знаний* применяют специальные сетевые модели, которые называются **семантическими сетями** (семантика изучает смысл сообщений). В них узлы — это объекты (понятия, процессы, явления), а дуги — связи (отношения) между ними (рис. 2.11).

Рис. 2.11

Семантические сети наглядны, с их помощью удобно анализировать фразы на естественном языке, они соответствуют современным представлениям об организации памяти человека. Однако пока такие структуры плохо приспособлены для автоматической обработки информации и поиска решений.

Сейчас делаются попытки на основе сети Интернет создать *семантическую паутину* — распределённую базу знаний. Для этого в веб-страницы нужно будет добавить специальную смысловую информацию, понятную компьютерным системам (так называемые *метаданные*).

Игровые стратегии

Как вы уже знаете из § 6, игровые модели — это модели, которые описывают соперничество двух (или более) сторон, каждая из которых стремится к выигрышу, т. е. преследует свою цель. Часто цели участников противоречивы — выигрыш одного означает проигрыш других.

Построением и изучением игровых моделей занимается **теория игр** — раздел прикладной математики. Задача состоит в том, чтобы найти **стратегию** (алгоритм игры), который позволит тому или другому участнику получить наибольший выигрыш (или, по крайней мере, наименьший проигрыш) в предположении, что соперники играют безошибочно.

Во многих простых играх, в которых игроки ходят по очереди, есть не так много вариантов развития событий, и их можно рассмотреть полностью, однозначно определив, кто выиграет в заданной начальной ситуации, если оба соперника не будут ошибаться.

Все **позиции** (игровые ситуации) делятся на выигрышные и проигрышные. **Выигрышная позиция** — это такая позиция, в которой игрок, делающий первый ход, может гарантированно выиграть при любой игре соперника, если сам не сделает ошибку. При этом говорят, что у него есть **выигрышная стратегия** — алгоритм выбора очередного хода, позволяющий ему выиграть.

Если игрок начинает играть в **проигрышной позиции**, он обязательно проиграет, если ошибку не сделает его соперник. В этом случае говорят, что у него нет выигрышной стратегии. Таким образом, общая стратегия игры состоит в том, чтобы своим ходом создать проигрышную позицию для соперника.

Выигрышные и проигрышные позиции можно охарактеризовать так:

- позиция, из которой все возможные ходы ведут в выигрышные позиции, — *проигрышная*;
- позиция, из которой хотя бы один из возможных ходов ведёт в проигрышную позицию, — *выигрышная*, при этом стратегия игрока состоит в том, чтобы перевести игру в эту проигрышную (для соперника) позицию.

Для примера рассмотрим игру с камнями, в которой участвуют два игрока. Вначале перед игроками лежит куча из некоторого количества камней (обозначим его S). За один ход игрок может добавить в кучу один камень (ход «+1») или увеличить количество камней в куче в два раза (ход «*2»). Например, имея кучу из 5 камней, за один ход можно получить кучу из 6 или 10 камней. У каждого игрока есть неограниченное количество камней. Победителем считается игрок, первым получивший кучу, в которой 14 камней или больше.

Рассмотрим возможный результат игры при разном начальном количестве S камней в куче. Очевидно, что при $S > 6$ первый игрок (т. е. игрок, делающий первый ход) выигрывает сразу, удвоив число камней в куче. Начнём заполнять таблицу, в которой для каждого значения S будем указывать, выигрышная это позиция или проигрышная, и через сколько ходов завершается игра:

S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
							$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$

Здесь «$В_1$» обозначает выигрыш за один ход.

При $S = 6$ у первого игрока есть два хода: ход «+1» даёт кучу из 7 камней, а ход «*2» — кучу из 12 камней. Выиграть за один ход он не может, оба возможных хода ведут в выигрышные (для второго!) позиции, поэтому первый игрок проиграет, если второй не ошибётся. Позицию $S = 6$ отметим в таблице как «$х_1$» (проигрыш за 1 ход):

S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
						$х_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$

Вспомним, что задача игрока — перевести игру в проигрышную для соперника позицию. Если $S = 5$ или $S = 3$, первый игрок может получить (ходом «+1» или «*2» соответственно) кучу из 6 камней, т. е. создать проигрышную позицию. Этого достаточно для выигрыша, но выиграть можно только за 2 хода:

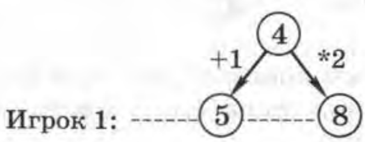
S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
			$В_2$		$В_2$	$х_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$

Рассуждая аналогично, выясняем, что позиция $S = 4$ — проигрышная, так как возможные ходы ведут в выигрышные позиции (соперник выиграет за 1 или за 2 хода). При $S = 2$ первый игрок может своим ходом «*2» перевести игру в проигрышную позицию ($S = 4$), поэтому он выиграет. А при $S = 1$ он проиграет, потому что может своим ходом получить только кучу из 2 камней:

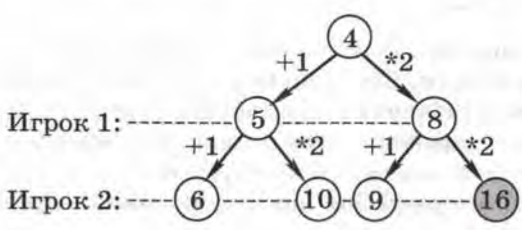
S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	x_3	$В_3$	$В_2$	x_2	$В_2$	x_1	$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$	$В_1$

Полученная таблица показывает результат игры первого игрока в том случае, если второй не будет ошибаться. Если игра начинается в проигрышной позиции, первый игрок проиграет, а если в выигрышной — его стратегия состоит в том, чтобы на каждом шаге своим ходом создавать проигрышную позицию для соперника.

Для полного исследования всех вариантов игры можно построить дерево, содержащее все возможные ходы. Предположим, что сначала в куче 4 камня (эта позиция будет корнем дерева). Тогда в результате первого хода может получиться куча из 5 или 8 камней:

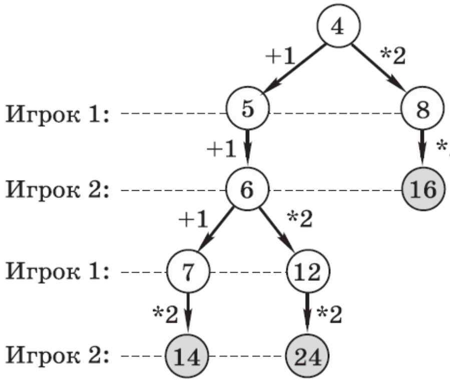


Следующий уровень дерева показывает все возможные позиции после ответного хода второго игрока:



Мы видим, что второй игрок может выиграть своим первым ходом (получив 16 камней), если первый построит кучу из 8 камней. В остальных случаях игра продолжается, и дерево можно строить дальше по тому же принципу.

Как мы уже показали ранее с помощью таблицы, при $S = 4$ выигрывает второй игрок. Чтобы доказать это с помощью дерева, не нужно строить полное дерево игры. Достаточно рассмотреть все возможные ходы соперника и для каждого из них найти один (!) выигрышный ход второго игрока. Вариант с выигрышем в один ход мы уже разобрали, теперь посмотрим, что произойдёт, если первый игрок получит кучу из 5 камней. Как следует из построенной выше таблицы, для кучи из 5 камней выигрышный ход второго игрока — «+1», он переводит игру в проигрышную позицию. При любом ответе первого игрока второй выигрывает своим вторым ходом «*2»:



Таким образом, мы доказали, что при $S = 4$ у второго игрока есть стратегия, позволяющая ему гарантированно выиграть, по крайней мере, за 2 хода.

Вопросы и задания

1. Приведите примеры, когда в одной и той же ситуации люди используют разные модели. Какие из них можно считать системами?
2. Какие два типа табличных моделей вы знаете?
3. К какому типу можно отнести модель, построенную при решении задачи с путешественником? Обоснуйте ответ.
4. Какие типы диаграмм вы знаете? В каких случаях используется каждый из них?

*5. Изучите другие типы диаграмм, которые можно построить в табличных процессорах. Зачем они используются? Приведите примеры.

6. Объясните, почему любую систему, состоящую из подсистем, можно представить в виде иерархии.

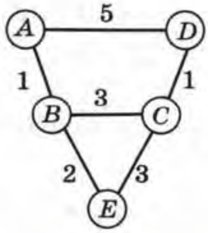
7. Вспомните, что такое матрица смежности и весовая матрица графа (см. главу 1 в учебнике для 10 класса).
8. Зачем нужны сетевые модели при планировании производства?
9. Что такое семантические сети? В чем их достоинства и недостатки?
10. Что такое семантическая паутина? Можно ли её создать на основе существующих веб-страниц? Обоснуйте свой ответ.
11. Что такое выигрышная стратегия в игре?
12. Как доказать, что заданная позиция в игре является выигрышной (или проигрышной)? Как вы думаете, в каких случаях это сделать не удаётся?
13. Почему для того, чтобы доказать выигрыш какого-то игрока в заданной начальной позиции, не нужно строить полное дерево игры?

Подготовьте сообщение

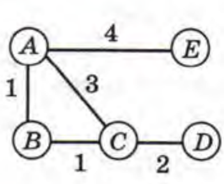
а) «Типы диаграмм»
б) «Сетевое планирование»
в) «Семантические сети»
г) «Интеллект-карты (mind maps)»
д) «Диаграммы Ганта»
е) «Использование ленты времени»

Задачи

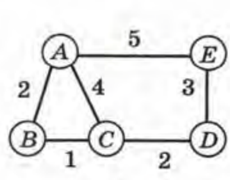
1. В графе 9 узлов, причём каждый узел связан со всеми другими. Сколько всего связей в этой модели?
2. Система состоит из трёх подсистем по три элемента в каждой. Все элементы в каждой подсистеме связаны со всеми другими, кроме того, каждая подсистема связана со всеми другими подсистемами. Сколько всего связей в этой системе? Сравните ответы этой и предыдущей задач, сделайте выводы.
3. Постройте матрицы смежности и весовые матрицы для следующих графов.



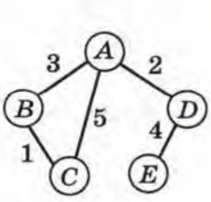
а



б

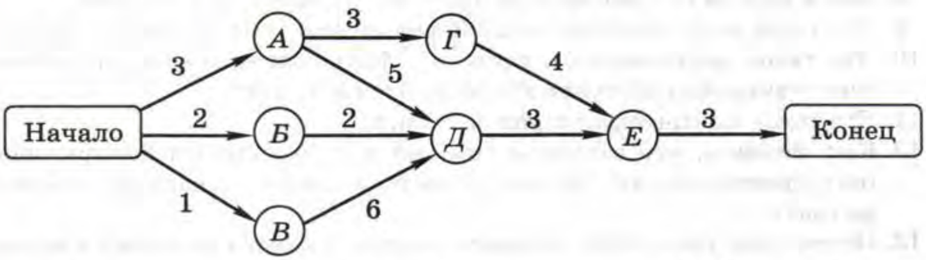


в



г

4. Изготовление прибора «Заря-М» описывается следующей сетевой моделью (веса дуг обозначают длительность работ в днях).



Определите, через сколько дней после начала работ будет изготовлен прибор.

5. Постройте семантическую сеть на основе текста: «Кошачьи — семейство млекопитающих отряда хищных. Кроме кошек к ним относятся, например, львы и тигры. У кошачьих развиты слух и зрение. У нас дома живёт кошка Мурка. У неё рыжая шерсть».

6. Путешественник прибыл в посёлок Луковое в полночь по местному времени и увидел следующее расписание автобусов.

Отправление из	Прибытие в	Время отправления	Время прибытия
Васильево	Панино	05:10	07:20
Панино	Луковое	09:15	11:20
Луковое	Панино	10:35	12:15
Санино	Васильево	11:05	13:10
Васильево	Луковое	11:35	15:20
Панино	Васильево	12:05	14:25
Луковое	Васильево	12:30	16:10
Луковое	Санино	14:20	16:00
Васильево	Санино	16:25	17:15
Санино	Луковое	18:30	20:40

Определите самое раннее время, когда он может попасть в Васильево, и как ему нужно ехать.

7. Путешественник прибыл в посёлок Сычёво в 10:00 по местному времени и увидел следующее расписание автобусов.

Отправление из	Прибытие в	Время отправления	Время прибытия
Сычёво	Грибное	09:00	10:15
Мухино	Сычёво	09:15	10:25
Рогатое	Сычёво	10:10	12:25
Рогатое	Мухино	10:25	11:25
Сычёво	Рогатое	10:30	13:00
Грибное	Рогатое	10:40	11:45
Сычёво	Мухино	10:35	11:30
Грибное	Сычёво	10:55	11:25
Мухино	Рогатое	11:50	12:50
Рогатое	Грибное	12:00	13:20

Определите самое раннее время, когда он может попасть в посёлок Рогатое, и как ему нужно ехать.

8. Путешественник прибыл в посёлок Кунцево в полночь по местному времени и увидел следующее расписание автобусов.

Отправление из	Прибытие в	Время отправления	Время прибытия
Марьино	Кунцево	09:00	09:50
Кунцево	Борисово	09:55	11:00
Ручьи	Марьино	10:45	11:55
Ручьи	Кунцево	10:50	13:10
Ручьи	Борисово	10:55	12:00
Кунцево	Ручьи	11:00	13:20
Кунцево	Марьино	11:05	12:00
Борисово	Кунцево	11:20	12:25
Марьино	Ручьи	12:10	13:15
Борисово	Ручьи	12:25	13:25

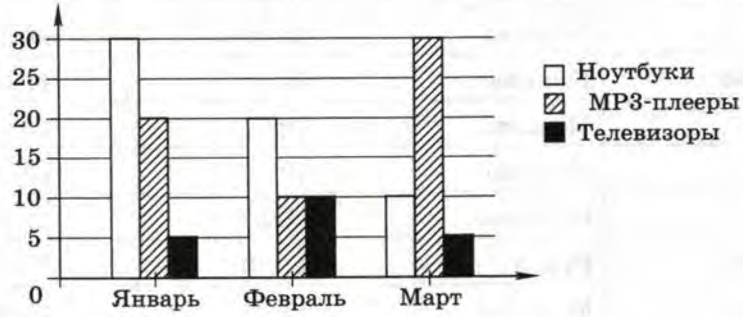
Определите самое раннее время, когда он может попасть в посёлок Ручьи, и как ему нужно ехать.

9. Путешественник прибыл в посёлок Моховое в полночь по местному времени и увидел следующее расписание автобусов.

Отправление из	Прибытие в	Время отправления	Время прибытия
Моховое	Лесное	07:40	08:50
Озёрное	Моховое	07:50	09:05
Лесное	Грибное	08:00	09:10
Лесное	Озёрное	09:15	10:25
Моховое	Грибное	09:25	10:30
Моховое	Озёрное	09:30	10:30
Лесное	Моховое	09:45	10:45
Грибное	Лесное	10:15	11:25
Озёрное	Лесное	11:15	12:25
Грибное	Моховое	11:50	12:55

Определите самое раннее время, когда он может попасть в посёлок Лесное, и как ему нужно ехать.

10. На диаграмме показано, сколько ноутбуков, MP3-плейеров и телевизоров продала некоторая фирма в первые три месяца года (I квартал).



Какая из следующих диаграмм правильно отражает соотношение общего количества проданных товаров разных видов за весь I квартал?

11. В соревнованиях участвовали спортсмены из Москвы, Санкт-Петербурга и Мурманска, каждый из них имеет III, II или I разряд. На диаграмме 1) показано количество спортсменов, имеющих разные разряды, а на диаграмме 2) — соотношение спортсменов из разных городов.

Какие из этих утверждений следуют из анализа диаграмм:

а) все спортсмены, имеющие II разряд, могут быть москвичами;

б) все спортсмены из Мурманска могут иметь II разряд;

в) все спортсмены из Санкт-Петербурга могут иметь I разряд;

г) все спортсмены III разряда могут быть из Москвы?

12. В салоне продаются автомашины «Лада», «УАЗ» и «Ока» трёх цветов: красного, синего и зелёного. На диаграмме 1) показано количество машин разного цвета, а на диаграмме 2) — количество машин разных марок.

Какие из этих утверждений следуют из анализа диаграмм:

а) все автомобили «УАЗ» — зелёные;

б) среди автомобилей «Ока» нет красных;

в) все автомобили «Ока» — синие;

г) среди автомобилей «Лада» есть синие?

13. Два игрока играют в следующую игру. Вначале перед ними лежит куча из некоторого количества камней (обозначим его S). За один ход игрок может добавить в кучу 2 камня или увеличить количество

камней в куче в два раза. У каждого игрока есть неограниченное количество камней. Победителем считается игрок, первым получивший кучу, в которой 25 камней или больше. Для каждого значения S ($1 \le S \le 24$) определите, кто выиграет и за сколько ходов. Для $S = 7$ постройте дерево игры, показывающее стратегию выигрывающего игрока.

14. Два игрока играют в следующую игру. Вначале перед ними лежит куча из некоторого количества камней (обозначим его S). За один ход игрок может добавить в кучу 1 камень или увеличить количество камней в куче в три раза. У каждого игрока есть неограниченное количество камней. Победителем считается игрок, первым получивший кучу, в которой 55 камней или больше. Для каждого значения S ($1 \le S \le 54$) определите, кто выиграет и за сколько ходов. Для $S = 16$ постройте дерево игры, показывающее стратегию выигрывающего игрока.
15. Два игрока играют в следующую игру. Вначале перед ними лежит куча из некоторого количества камней (обозначим его S). За один ход игрок может добавить в кучу два камня, добавить в кучу три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. У каждого игрока есть неограниченное количество камней. Победителем считается игрок, первым получивший кучу, в которой 30 камней или больше. Для каждого значения S ($1 \le S \le 29$) определите, кто выиграет и за сколько ходов. Для $S = 9$ постройте дерево игры, показывающее стратегию выигрывающего игрока.
16. **Игра Баше.** Два игрока играют в следующую игру. Вначале перед ними лежит куча из некоторого количества камней (обозначим его S). За один ход игрок может взять из кучи 1, 2 или 3 камня. Выигрывает тот, кто возьмет последний камень. Для каждого значения S ($1 \le S \le 15$) определите, кто выиграет и за сколько ходов. Для $S = 12$ постройте дерево игры, показывающее стратегию выигрывающего игрока.

§ 8
Этапы моделирования

Постановка задачи

Этап постановки задачи — самый важный при моделировании. Если здесь допущена ошибка, то фактически рассматривается совсем не та задача, которую нужно решить, и после завершения моделирования всё придётся начать заново.

Напомним, что с помощью моделирования можно решать задачи четырёх типов: это исследование оригинала, анализ, синтез и оптимизация. Для того чтобы задачу можно было решить, она должна быть **хорошо поставлена**, это значит, что:

- должны быть заданы все связи между исходными данными и результатом;
- должны быть известны все исходные данные;
- решение должно существовать;
- решение должно быть единственным.

Приведём примеры **плохо поставленных (некорректных)** задач.

Задача 1. «Уроки в школе начинаются в 8:00. В 10:00 к школе подъехал красный автомобиль. Определите, когда Вася выйдет играть в футбол». В этой задаче совершенно непонятна связь между исходными данными (время начала уроков, красный автомобиль) и результатом.

Задача 2. «Вася бросает мяч со скоростью 12 м/с. Где мяч впервые ударится о землю?» В этой задаче можно применить модель движения тела, брошенного под углом к горизонту. Но угол неизвестен, поэтому задача плохо поставлена (не хватает данных). Кроме того, неизвестно, где и куда Вася бросает мяч — если он находится в квартире, то возможно много вариантов развития событий.

Задача 3. «Решить уравнение $\sin x = 4$». Это уравнение не имеет решений.

Задача 4. «Найти функцию, график которой проходит через точки (0,0) и (1,1)». Через эти точки проходит бесконечное множество разных графиков, поэтому непонятно, какую именно функцию из всех возможных мы ищем.

Что делать, если полученная задача плохо поставлена? Решить её нельзя, поэтому остается уточнять условия и исходные данные. Если и это невозможно, нужно вводить *допущения* — упрощающие предположения, которые позволят сделать задачу хорошо поставленной.

Все дальнейшие рассуждения мы будем проводить для конкретной задачи: «Спортсмен Вася в синей кепке бросает белый мяч со скоростью 12 м/с. Под каким углом к горизонту ему нужно бросить мяч, чтобы попасть в жёлтую мишень?»

Ясно, что в таком виде задача плохо поставлена. Мы не можем её решить, потому что не знаем, где расположена мишень и из какой точки вылетел мяч. Поэтому надо дополнить условие:

«Мишень расположена на высоте 4 м на расстоянии 10 м от Васи. В момент броска мяч находится на высоте 2 м».

Всегда ли существует решение? Очевидно, что нет: если мишень находится очень далеко или очень высоко, Вася просто до неё не докинет мяч. Поэтому мы должны ввести допущение о том, что решение существует.

Единственно ли решение? Возможно, что нет (можно попасть в мишень, бросая мячик под разными углами), но нас интересует любое решение, поэтому считаем, что задача теперь хорошо поставлена.

Разработка модели

На этапе разработки информационной модели нужно:

- определить исходные данные, *существенные* для решения данной задачи;
- выбрать тип модели;
- построить формальную модель, отражающую только существенные свойства оригинала;
- разработать алгоритм исследования формальной модели;
- построить компьютерную модель.

Существенные данные. В первую очередь нужно выяснить, что влияет на полёт шарика, а что — нет. Легко понять, что наличие кепки и её цвет, а также цвета мячика и мишени никак не влияют на результат, поэтому включать их в модель не нужно[1]. Кроме того, для упрощения введём следующие *допущения*:

- мяч и мишень — материальные точки;
- мишень неподвижна;
- сопротивление воздуха не учитывается.

Выбор типа модели. При решении задачи могут использоваться несколько моделей разных типов. Например, для лучшего понимания полезно построить *графическую модель* задачи (рис. 2.12).

За начало координат удобно принять точку, откуда вылетает мяч. Обозначим через v_0 начальную скорость мяча, через H разницу высот ($H = 4 - 2 = 2$ м), а через S — расстояние до мишени ($S = 10$ м). Однако графическая модель не даёт ответа на постав-

[1] В другой ситуации они могут быть важны, например, когда Васю интересует в первую очередь свой внешний вид, а не попадание в мишень.

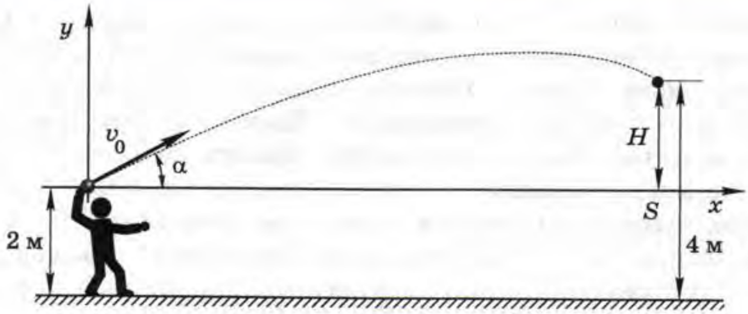


Рис. 2.12

ленный вопрос, поэтому для окончательных расчётов требуется построить математическую модель.

Формальная модель. В этой задаче формальная модель — это математическая модель движения тела, брошенного под углом к горизонту. Изменения координат описываются формулами:

$$x = v_0 \cdot t \cdot \cos\alpha, \quad y = v_0 \cdot t \cdot \sin\alpha - \frac{gt^2}{2},$$

где $g \approx 9{,}81$ м/с^2 — ускорение свободного падения. Задача сводится к тому, чтобы найти два неизвестных, t и α, при которых $x = S$ и $y = H$, т. е.

$$S = v_0 \cdot t \cdot \cos\alpha, \quad H = v_0 \cdot t \cdot \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}.$$

Эти формулы и представляют собой математическую модель задачи. В них нет упоминания о Васе, мяче, мишени и т. п., есть только условные обозначения и связывающие их формулы, это формальная модель, записанная на языке математических формул.

Алгоритм исследования модели. Алгоритм — это чётко определённый план действий, который приводит к решению задачи. В данном случае требуется разработать алгоритм использования модели: как с помощью полученных уравнений найти угол, под которым Васе нужно бросить мяч?

Например, можно постепенно увеличивать угол, начиная с нуля, и каждый раз строить всю траекторию полёта. Если при каком-то значении угла мяч пролетел ниже мишени, а при следующем — выше неё, дальше можно применить метод половинного деления для уточнения решения.

Но лучше поступить более грамотно, значительно сократив вычисления. Дело в том, что из первого уравнения $S = v_0 \cdot t \cdot \cos\alpha$ при известном значении угла α можно сразу найти время, за которое мяч пролетит расстояние до мишени. Тогда рассчитывать всю траекторию полёта не надо, остаётся только найти координату y и сравнить её с нужным значением H. Таким образом, правильный выбор алгоритма может существенно влиять на вычислительную сложность моделирования, а иногда — и на результат.

Компьютерная модель. На этом этапе нужно выбрать средство моделирования и с его помощью построить компьютерную модель. Например, можно применить табличный процессор (OpenOffice.org Calc, Microsoft Excel и т. п.), написать собственную программу на одном из языков программирования или использовать готовую среду для моделирования (например, Simulink или VisSim).

Тестирование модели

После построения модели её обязательно нужно протестировать (проверить).

Тестирование — это проверка модели на простых исходных данных с известным результатом.

Например, модель, описывающую сложение многозначных чисел, сначала нужно проверить на небольших числах, которые легко сложить вручную. Если получен неверный ответ, модель ошибочна, и её нужно переделывать. Другой пример: при моделировании накопления денег в банке сумма не должна меняться при нулевой ставке. Тестирование модели движения судна тоже начинается с простых задач: если штурвал поворачивают влево, судно должно уходить влево и наоборот.

Нужно понимать, что удачное тестирование модели не гарантирует, что она правильна; тестирование может только установить ошибочность модели. Чтобы доказать правильность модели, нужно проверить её при всех допустимых исходных данных (в том числе и при тех, для которых правильный ответ неизвестен), а это практически невозможно.

Выполним тестирование математической модели, построенной для нашей задачи:

$$x = v_0 \cdot t \cdot \cos\alpha, \quad y = v_0 \cdot t \cdot \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}.$$

Согласно этим формулам:

- при $t = 0$ мяч находится в начале координат;
- при нулевой начальной скорости мяч падает вертикально вниз (координата x не меняется, а координата y уменьшается);
- при бросании вертикально вверх ($\alpha = 90°$, $\cos\alpha = 0$) координата x не меняется;
- при некотором t координата y начинает уменьшаться (парабола «загибается» вниз, мяч опускается).

Эти результаты не противоречат теории, поэтому можно считать, что тестирование прошло успешно. Тем не менее нельзя считать, что этим мы доказали правильность модели (подумайте, почему).

Эксперимент с моделью

Эксперимент — это испытание модели в тех условиях, которые нас интересуют (т. е. результатов мы заранее не знаем). Например, для модели накопления денег в банке задаётся ненулевая ставка (процент ежегодного увеличения); движение судна моделируется с учётом случайных помех — морского волнения и ветра; модель сложения «длинных» чисел применяется к многоразрядным числам и т. п.

Можно ли слепо верить результатам моделирования? Конечно нет, ведь при тестировании мы не проверяли (и не могли проверить!) работу модели в этих условиях. Поэтому необходим анализ результатов.

Анализ результатов

Во-первых, нужно убедиться, что результаты моделирования не противоречат известным из теории фактам, например не нарушаются законы сохранения.

Во-вторых, необходимо проверить результаты моделирования на реальном объекте — провести эксперимент с оригиналом. Если нам удалось решить поставленную задачу (поведение оригинала соответствует[1] поведению модели), можно считать модель адекватной и работу законченной.

Если же результаты нас не устраивают (поведение объекта и оригинала значительно различаются, задачу решить не уда-

[1] Часто считается, что допустимо расхождение результатов эксперимента и моделирования не более 10%.

лось), требуется вернуться к одному из предыдущих этапов и повторить моделирование, например:

- изменить алгоритм или условия моделирования;
- изменить модель: учесть дополнительные свойства, которые ранее считались несущественными;
- изменить постановку задачи (если выяснилось, что решили не ту задачу, которую нужно было решать).

Возможно, что несоответствие вызвано принятыми допущениями. Так в задаче с полётом мяча полезно ответить на следующие вопросы, которые помогут выяснить причину неудачи:

- Всегда ли Вася сможет попасть в мишень?
- Что изменится, если начальная скорость будет отличаться от заданной?
- Что изменится, если мяч и мишень не считать материальными точками?
- Насколько сильно сопротивление воздуха влияет на результат?
- Что изменится, если мишень качается? И т. д.

Вопросы и задания

1. Что такое хорошо и плохо поставленные задачи?
2. Что делать, если задача плохо поставлена?
3. Приведите примеры хорошо и плохо поставленных задач (кроме тех, что даны в учебнике).
4. Что входит в понятие «разработка модели»?
5. Как выделить существенные свойства, которые нужно учесть в модели?
6. Какие исходные данные в формулировке приведённой задачи существенны, а какие — нет? Каких данных не хватает?
   «Электрик в зелёном комбинезоне едет на красном автомобиле «Лада-Калина» из Москвы в Воронеж. Его средняя скорость равна 90 км/ч, причём каждые 2 часа электрик отдыхает по 15 минут. Когда он приедет в Воронеж?»
7. Как вы думаете, почему при решении задачи часто используется несколько моделей разных типов? Приведите примеры.
8. Что такое алгоритм моделирования? Почему он важен?
9. Что такое тестирование модели? Почему оно важно?
10. Что такое эксперимент? Чем он отличается от тестирования?
11. Можно ли доказать правильность (или ошибочность) модели с помощью тестирования? Приведите примеры и обоснуйте ответ.
12. Зачем нужен анализ результатов эксперимента? Какие выводы могут быть сделаны на этом этапе?

13. В чём может быть причина неудачи при решении задачи с помощью моделирования?
14. Что делать, если после анализа результатов моделирования был сделан вывод, что решить задачу не удалось?

Подготовьте сообщение:

а) «Зачем и как вводить допущения при моделировании?»

б) «Зачем тестировать модель?»

в) «Программные средства для моделирования»

§9 Моделирование движения

На уроках физики вы изучали в основном две модели движения: равномерное (когда равнодействующая всех сил равна нулю) и равноускоренное (когда равнодействующая постоянна). Например, движение тела, брошенного под углом к горизонту, обычно раскладывается на равномерное движение по горизонтали и равноускоренное движение по вертикали (под действием силы тяжести).

В реальных ситуациях силы, действующие на систему, постоянно изменяются, поэтому ускорение тоже будет переменным, и упомянутые простейшие модели использовать нельзя — они неадекватны. Для примера мы разберём задачу, в которой важную роль играют силы сопротивления среды.

Движение с сопротивлением

Рассмотрим движение мяча, который представляет собой шар радиуса r и массы m, брошенного вертикально вверх со скоростью v_0. Нужно найти, на какую высоту поднимется мяч, и скорость, с которой он упадёт на землю.

На мяч в полёте действуют две силы (рис. 2.13):

- сила тяжести $\vec{G}$ (она направлена вертикально вниз);
- сила сопротивления $\vec{F}$, которая направлена противоположно вектору текущей скорости $\vec{v}$.

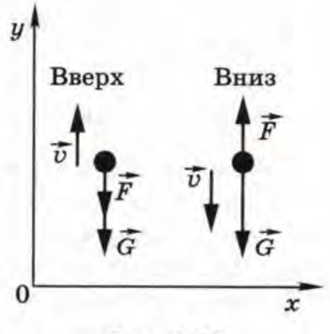


Рис. 2.13